PRESENTACIÓN

Suele decirse que realizamos nuestros actos unas veces con la cabeza y otras con el corazón. Pues bien, este libro está hecho con ambos, el corazón y la cabeza, tanto monta. El primero se nos aceleró cuando supimos que el de Chicho había detenido su pulso en las primeras horas del día 1 de abril de 2000, como consecuencia de las lesiones producidas en un accidente de tráfico ocurrido cuando marzo oscurecía. En este hecho tremendo se encuentra el origen de esta obra colectiva, cuya génesis vamos a relatar en la primera parte. Dejaremos para más tarde algunas anécdotas, con un poco de humor cordial, del proceso de edición, y dedicaremos el cuerpo central de la presentación a exponer la biografía y la obra matemática de Chicho. La lista de sus publicaciones será el necesario apéndice final, sin olvidar los agradecimientos y una despedida.

Año y medio después

El accidente sucedió cuando Chicho iniciaba el retorno a casa al término de una semana laboral habitual, iniciada en las tareas de Logroño y terminada junto a sus colegas de Zaragoza. El péndulo hebdomadario, que tantos frutos de matemáticas y amistad había dado, se paró bruscamente en un kilómetro cuyo número no queremos recordar. El lunes comenzó a difundirse la luctuosa noticia en los medios universitarios. Desde la Universidad de La Rioja se emitió una nota informativa, gestada en una reunión departamental convocada en sustitución de las clases propias de la jornada, suspendidas por el luto. Pero la reunión oficial se transformó en asamblea de matemáticos por deseo de los estudiantes, que mostraron así, con su nutrida y emocionada presencia, su profundo afecto hacia Chicho y hacia su esposa Mari Carmen Mínguez, compañera también en las tareas profesorales. El comunicado decía así:

«Reunidos los miembros del Departamento de Matemáticas y Computación y los estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas, hacemos partícipe a la comunidad universitaria del fallecimiento de nuestro compañero y profesor Chicho, nombre habitual del Catedrático de Análisis Matemático José Javier Guadalupe Hernández. Falleció en las primeras horas del sábado pasado como consecuencia de las lesiones producidas en un accidente de tráfico acaecido en la tarde-noche del viernes, cuando volvía del habitual seminario que mantenía cada semana con los miembros zaragozanos de su equipo de investigación.

»Estamos seguros de compartir con toda la comunidad universitaria el profundo dolor que nos embarga por la ausencia definitiva de quien fue compañero de todos nosotros. Sabemos que Chicho tenía muchos amigos fuera de la comunidad universitaria que comparten con nosotros el dolor de estos días y compartirán siempre el recuerdo. La huella de Chicho en este Departamento es honda y será duradera. Además de nuestro homenaje personal de amistad, ofrecemos a Chicho el homenaje profesional de nuestro compromiso con el estudio, la docencia y la investigación, para hacer nuestro trabajo, ya sea de estudiantes o de profesores, como a él le gustaría.»

Poco después, el décimo día de abril, la Universidad de La Rioja realizó, presidido por el Rector, un intenso «Acto de homenaje a José Javier Guadalupe Hernández (Chicho) (Santa Cruz de La Palma 1945 – Zaragoza 2000)». El Aula Magna estuvo repleta de público, tanto local cuanto de ciudades próximas, sobre todo de Zaragoza; también de otras menos próximas, destacando entre ellas la representación canaria que vino desde La Laguna. En primera fila, Mari Carmen y Zenaida, esposa e hija, recibían el calor de los presentes y la atención preferente de los oradores. Estaban recién llegadas de entregar las cenizas de Chicho a su mar natal, que los pescadores cubrieron de flores, y de allí traían la lejana presencia de la familia palmera, una piña en torno a Zaida, la madre de Chicho. También estaba su prima Zeni, enviada años atrás a Logroño por Humberto para que estudiara al cuidado de Chicho, que así lo hizo, y se quedó en esta Universidad. Como bien recordó Jaime Vinuesa, Humberto, el tío-amigo de Chicho, había fallecido pocos meses antes, por lo que el lado canario del duelo soportaba dos ausencias insoportables, demasiado prematuras y demasiado próximas. El homenaje concitó sobre todo emociones, fue un acto de los que se hacen con el corazón. La repentina e inesperada ausencia de Chicho dejaba agujeros amplios que sólo el suspiro del tiempo podrá ir colmando de arena fina. Era un día para sentir, como allí se dijo con dos versos de su amigo Ramón Irigoyen, «todo lo que hay de humano en unos ojos/ cuando aplauden de pena las pestañas».

Unas palabras del Rector clausuraron el acto que había iniciado el Director del Departamento; en ambos casos, los discursos institucionales propios de las autoridades rezumaron recuerdos personales, especialmente intensos para el segundo. Recuerdos que se redoblaron en el resto de las intervenciones, a cargo de amigos de alma y aula de Chicho. Unas fueron dichas en directo y otras, enviadas por escrito, leídas; todas ellas glosaron la forma de ser de Chicho desde experiencias personales que se remontaron a sus años de estudiante en la Universidad de Zaragoza, que entonces, en la prodigiosa década de los sesenta, era muy cosmopolita en el ámbito hispano. En el relato de su origen matemático zaragozano no faltaron ni el recuerdo al veterano Luis Vigil, con quien Chicho inició su carrera profesoral e investigadora en el viejo Departamento de Teoría de Funciones, ni la mención al llorado José Luis Rubio de Francia, el joven y aventajado amigo que lo llevó hacia el análisis matemático de vanguardia desde la tesis doctoral. Pero la mayor parte de las anotaciones se referían a los aspectos privados de Chicho, desde que fuera estudiante antifranquista y *penene* díscolo en Zaragoza —cuando ser así era un honra—, pasando por su concentración en el trabajo matemático desde finales de los setenta, en el Colegio Universitario de Logroño, hasta la fundación de la Universidad de La Rioja en 1992, de la que muy pronto fue su primer catedrático de matemáticas. Más que repasar su currículo profesional, se recordó en tal ocasión su permanente capacidad para la amistad, ya fuera en el entorno de la actividad académica o en otros círculos, en una u otra ciudad, virtud que fue ejemplificada con una variada gama de anécdotas. Se recordaron muchos momentos con Chicho y se enumeraron múltiples razones para echarle en falta, para vivir con el recuerdo una vez perdida la compañía.

No dejó de mencionarse una faceta arisca que podría apreciarse en su recio carácter, capaz de transmitir mensajes contradictorios que eran amplificados por su destacada presencia física. Un genio que a veces le sirvió para enfrentarse con dureza a situaciones injustas y que casi siempre se disolvía con facilidad en su gran humanidad. Se oyeron otros versos de Ramón Irigoyen que explican la posible apariencia de un espíritu sensible: «El poeta es una almendra garrapiñada./ El poeta es dulce e incomestiblemente duro,/ tierno y seco como el esparto,/ porque necesita proteger el corazón de la almendra/ de las gentes de sordo paladar». Allí estábamos, congregados por el corazón de la almendra.

Y sobresalió otro rasgo constante, su ser canario rezumando por los cuatro costados, inalterable a pesar de los muchos años de residencia peninsular —real, que nunca legal—, embajador oficioso de su isla, La Palma, y del archipiélago. Porque las raíces de Chicho eran árbol entero, profundas sí, hincándose en lo más racial canario, pero floreciendo frondosas una o dos veces por año, cuando recalaba con los suyos en vacaciones. Tenían sus viajes un añadido contenido económico nada despreciable, no sólo en beneficio de las compañías del avión y el teléfono, sino, sobre todo, por el fomento del pequeño comercio ultramarino de manjares delicados, de cuyas importaciones (aguacates, mojo picón, queso, cigarros,. . .) hacía partícipes a los amigos de acá. El Rioja hacía el viaje inverso. Canarias era una fuente de inspiración musical para los días, con sus noches, de parranda. Todos llevamos de algún modo nuestro pasado a cuestas, pero ello era muy explícito en Chicho, que se instaló como profesor en Logroño sin dejar nunca de estar en Zaragoza y, si nos lo disputamos entre los ribereños del Ebro, acabaremos reconociendo que era simplemente de su isla bonita; un esbelto canario que como otros congéneres, poseídos por Narciso y Prometeo, han conquistado territorios más vastos sin dejar de ser isleños. Por eso con sus breves pero frecuentes retornos a casa lograba algo más que su regocijo personal y familiar, ganaba una cuota de felicidad que a la vez era una dosis periódica necesaria para la supervivencia cotidiana.

Mientras surcaban el aire del aula estas imágenes de una persona tan singular, la congregación allí reunida iniciaba el tiempo del recuerdo pero, sobre todo, intentaba ofrecer a Mari Carmen y a Zenaida un entorno de afecto y amistad para su inevitablemente nueva vida cotidiana. Eladio Domínguez, colega matemático y amigo, traía «Sosiego», un breve poema cuyos versos finales cantan que lo cotidiano, «siendo que será pasado en el futuro,/ siendo que es futuro del pasado,/ os ayudará a contemplar sin pánico el futuro,/ os permitirá mirar sin miedo el pasado». Apenas podrá este bello ungüento de algebrista soldar tan tremenda fractura, pero les fue ofrecido en nombre de todos, dispuestos a aplicarlo con las atenciones más esmeradas hacia ellas.

El calendario galopaba impertérrito por el mes de abril del Año Mundial de las Matemáticas, llegó la conmemoración prevista para primeros de mayo, la silla quedó vacía, no se oyó su potente voz en los coloquios, faltó en los corrillos de los descansos y en la horas de refrigerio; pero nos animó a cumplir con la tarea propuesta y la semana matemática riojana tuvo todos los ingredientes para un éxito huérfano. Pronto quiso el Departamento perpetuar el nombre de Chicho en sus cuarteles, para que la memoria individual perecedera se prolongara en la historia, que es la memoria colectiva perdurable. Uno de los Seminarios lleva ahora el nombre de quien fue organizador, primer director y primer catedrático del Departamento. También, por unanimidad con los colegas de la enseñanza secundaria, la Olimpiada Matemática, en su fase regional riojana, se convoca y se seguirá convocando al abrigo de su nombre.

Para completar las dos iniciativas que acabamos de mencionar, el Departamento tomó, al filo de las vacaciones veraniegas, una tercera, más atrevida y laboriosa, que recibió de inmediato el respaldo imprescindible del Rectorado. Se trataba de culminar el homenaje a Chicho, más allá del territorio departamental y riojano, editando un libro de colaboraciones matemáticas dedicadas a su memoria. El Departamento nos encargó la tarea de editores, que debíamos iniciar a la vuelta del verano. A primeros de octubre se lanzó la convocatoria, que en sus párrafos principales decía así:

«El Departamento de Matemáticas y Computación de la Universidad de La Rioja anuncia la edición de una (co/se)lección de trabajos matemáticos en honor del Catedrático de Análisis Matemático de este Departamento Dr. José Javier Guadalupe Hernández, conocido por Chicho, fallecido en accidente de tráfico durante un viaje de trabajo el pasado mes de abril. La obra pretende ofrecer a sus colegas la oportunidad de rendir homenaje a su memoria y, de este modo, presentar un panorama de la actividad matemática que le rodeó.

»Con este fin, invitamos a participar en esta obra colectiva a los compañeros de estudios o de ejercicio profesional que tuvo en sus Universidades de La Laguna, Zaragoza y La Rioja, así como a cuantos compartieron su trabajo matemático en equipos de investigación, reuniones científicas, en los Simposia de Polinomios Ortogonales, Encuentros de Análisis Real y Complejo, Conferencias de Análisis Armónico, etc.; sin olvidar a los colegas de enseñanzas medias del Seminario de Actualización Matemática del Profesorado que Chicho mantenía en Logroño.

»Las colaboraciones, de uno o varios autores, han de ser trabajos de interés relacionados con la investigación en cualquier rama de las matemáticas y con cualquier tipo de enfoque.»

Pusimos el énfasis en que fueran «trabajos matemáticos», acompañados quizás de algún comentario personal o dedicatoria, pero con la matemática como argumento. Queríamos reducir las páginas de recuerdos personales a un breve texto que solicitamos a Jaime Vinuesa, en representación de los muchos afectos que Chicho reunía, y a los fragmentos de esta introducción en los que se relata la génesis del libro. Nos parecía llegado el momento de completar con el cerebro lo que ya había sido hecho y seguía haciéndose con el corazón. Teníamos la convicción de que así complacíamos a Chicho, amigo de poner las matemáticas sobre la mesa y de reservar cada intimidad en su porción del espacio-tiempo.

En los párrafos anteriores se han ido deslizando detalles de su vida y su carácter, ya es hora de que nos ciñamos más al guión de su vida. Aparcamos el proceso de edición y entramos en el cuerpo central de nuestra intervención, dedicado a exponer la biografía y la obra matemática de Chicho. Otros compañeros y amigos lo han hecho antes en crónicas más próximas al fatal suceso. Dos miembros de su grupo de investigación zaragozano y de su círculo íntimo, Mario Pérez y Francisco J. Ruiz, escribieron «In memoriam José Javier Guadalupe», *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española* **3** (2000), 257–271. Como cabía esperar de los autores, la parte biográfica está llena de sensibilidad, y la matemática de eficacia técnica. Casi con el mismo título, «In memoriam José Javier Guadalupe Hernández, “Chicho”», apareció un artículo de José M. Méndez, Catedrático de Análisis Matemático en La Laguna, en *Números* **42** (2000), 11–14, la revista de didáctica de las matemáticas que edita la Sociedad Canaria «Isaac Newton» de Profesores de Matemáticas. Éste es más breve, pero añade datos sobre la infancia y primera juventud canarias de Chicho, antes de su salto a la península en la edad universitaria. Recomendamos la lectura de ambos. Algo de lo que escribiremos a continuación se alimenta de estas dos fuentes. Por otra parte, Manuel Alfaro, uno de los fundadores del grupo maño, difundió una breve nota en un noticiario internacional dirigido a los especialistas en polinomios ortogonales y funciones especiales («Memorial Note about José Javier (Chicho) Guadalupe (1945–2000)», *Orthogonal Polynomials and Special Functions Newsletter*, Vol. 10, n.º 3 (2000), 1–2). El mismo autor, junto con otros dos queridos colegas de Chicho, Francisco Marcellán y María Luisa Rezola, de las universidades Carlos III de Madrid y de Zaragoza respectivamente, han escrito «In Memoriam Professor José Javier Guadalupe “Chicho” (1945–2000)», todavía no publicado (aparecerá en *Proceedings SIAG-SIAM Summer School on Orthogonal Polynomials and Special Functions*, Laredo, Cantabria, 2000, edición de Nova Science Publisher que están preparando R. Álvarez-Nodarse, F. Marcellán y W. Van Assche. Esta reunión de Laredo estuvo dedicada a la memoria de Chicho). Citemos también a Juan Francisco Pons, que en su boletín de mayo insertó unas líneas recordando a Chicho cuando acudía a su librería a consultar novedades y a charlar. Es posible que no tengamos noticia de alguna otra iniciativa destinada a comunicar el óbito y glosar la figura de un universitario muy apreciado entre los que le conocieron.

Biografía

Chicho nació el 5 de septiembre de 1945 en Santa Cruz de La Palma, la capital de la isla noroccidental canaria. Allí estaba asentada la familia de su madre, Zaida Hernández Guardia, hija de un empresario del transporte de pasajeros por las difíciles rutas del agreste perfil isleño. El padre, José Guadalupe Durán, había llegado desde el otro extremo del archipiélago, Lanzarote, una isla tan opuesta en coordenadas como en paisaje. Era perito agrícola y ejerció como Delegado del Ministerio de Agricultura en La Palma durante muchos años hasta su jubilación. El matrimonio Guadalupe Hernández tuvo ocho hijos, de los que Chicho era el mayor; los demás, por orden de edad y con el nombre familiar, son Falo, Berto, Carlos Mario, Mari Carmen, Pilar, Chachi y Míchel. Tan amplia prole significó un nutrido aporte al grupo familiar palmero, muy unido, del que los abuelos maternos fueron el referente patriarcal durante la mayor parte de la vida de Chicho. Como en otras familias de estirpe canaria, debido a la edad temprana en que las mujeres alcanzan allí la madurez, los espacios generacionales se comprimen y de ese modo Chicho fue, a la vez que el mayor de una larga lista de hermanos, algo así como un hermano de sus tíos, menor en edad que unos pero mayor incluso que otros. La influencia materna modeló tal vez más su personalidad en los aspectos de la sensibilidad y las relaciones humanas, correspondiendo al influjo paterno los rasgos dominantes de la componente racional, en la que habría que inscribir la vocación matemática a la que el padre le inclinó desde niño, tal vez, como era frecuente entonces, para que más tarde el muchacho se hiciera ingeniero.

Asistió a la escuela de Doña Pepita Sosa en su ciudad natal y empezó el bachillerato en el colegio San Ildefonso de Santa Cruz de Tenerife, donde sólo realizó el primer curso. Durante el resto del bachillerato y el curso preuniversitario, fue alumno del Instituto de Santa Cruz de La Palma. De allí pasó a La Universidad de La Laguna en 1962, donde se matriculó en el Curso Selectivo de Ciencias, al que no le dedicó la atención necesaria. El año siguiente se trasladó a la Universidad de Zaragoza para seguir los estudios de Matemáticas en la prestigiosa Facultad de Ciencias aragonesa. En aquellos años Zaragoza era la capital de un distrito universitario muy amplio; en su campus y en el entorno urbano se aglutinaba una población estudiantil numerosa y bastante cosmopolita, entendiendo el calificativo a escala nacional. Ello supuso un importante cambio de ambiente para el joven canario.

No obstante este alejamiento relativamente temprano de sus islas y de su familia, Chicho no dejaría nunca de ser muy canario y muy familiar. Ya hemos mencionado su permanente contacto con su origen y la fuerte raigambre en su temperamento de la personalidad isleña. Es difícil decir que se conoce a alguien completamente, pero lo que sí podría decirse es que nadie pudo conocer suficientemente a Chicho sin degustarlo en su salsa canaria.

Chicho se incorporó a la promoción aragonesa que ingresaba en 1963, en la que coincidieron un puñado de buenos estudiantes que además eran bizarros luchadores en el movimiento estudiantil antifranquista. Esta circunstancia política, característica de la universidad española del momento, no sólo le exigió el derroche de muchas energías sino que le costó la interrupción de los estudios cuando ya los terminaba. Chicho llegó a ser Delegado de Facultad y de Distrito, un puesto para el que reunía cualidades favorables, además del imprescindible marchamo de izquierdas. Por una parte era alto, de físico llamativo y voz potente, tenía una buena imagen de líder, gusto por la escena y habilidades en ella. Por otra, no estaba afiliado a ninguno de los muchos grupos clandestinos existentes, era partisano de la causa general pero neutral en la casuística de tácticas y estrategias que diferenciaban y enfrentaban a unos y otros. Dio la cara y los encargados de la represión se fijaron en ella. Fue detenido varias veces por la Brigada de Investigación Social de Zaragoza, que lo llevó ante el Juzgado de Orden Público de Madrid acusado de reunión ilegal. El tristemente famoso tribunal sobreseyó su causa en abril de 1968, pero a la represión le quedaban otros recursos. Poco después, en junio, cuando sólo le faltaban los exámenes para terminar la carrera, las autoridades militares le comunicaron que había sido suspendida la prórroga, que disfrutaba como la mayoría de los estudiantes. Le ordenaron incorporarse urgentemente al CIR de Tenerife, de donde salió hacia el Batallón de Cabrerizas, unidad disciplinaria ubicada en el Tercio Sahariano D. Juan de Austria 3.º de La Legión. El Tercio estaba acuartelado en El Aaiún, en la zona norte de la entonces provincia del Sáhara Español, frente a Canarias. Gracias a gestiones familiares pudo, desde la Navidad, continuar el servicio militar en Lanzarote, en un

Regimiento de Infantería asentado en dicha isla y en la de Fuerteventura. No volvió amargado de este trance, ni le gustaba alardear de él una vez superado, pero tal vez le indujo a tomar una cierta distancia respecto a los roles públicos. No dejó de ser una persona activa en los posicionamientos progresistas y comprometidos, pero siguió ejerciéndolos de un modo más personal. También es natural que se dedicara preferentemente, tras la represalia, a terminar la carrera bruscamente interrumpida. Llegó a tiempo para realizar algunos exámenes en septiembre de 1969 y otros en febrero de 1970. En definitiva, terminó la carrera junto con la promoción que empezara en 1965, dos años más tarde que él. En esta promoción más joven había una inusual lista de estudiantes brillantes, algunos también militantes, entre ellos Mari Carmen, con la que había iniciado antes de la mili una relación que sería definitiva. De dicha promoción era Jaime Vinuesa, enseguida compañero analista y gran amigo de Chicho. En el curso siguiente progresaba la poderosa figura de José Luis Rubio de Francia, que más tarde jugó un papel principal en la biografía científica y personal de Chicho.

Cuando éste empezó en Zaragoza, la corte matemática estaba formada por Rafael Rodríguez Vidal, que enseñaba análisis matemático y álgebra, con Antonio Plans impartiendo geometría analítica y topología, mientras que Juan Sancho San Román ocupaba la intersección de la geometría y el álgebra; Rafael Cid Palacios era el astrónomo y, más allá de las estrellas, la cúspide de la formación matemática era el análisis de los últimos años, a cargo de Baltasar Rodríguez Salinas. Naturalmente, además de estos catedráticos, otros profesores completaban el plantel docente, entre ellos los físicos, pues al menos tres asignaturas de física completaban la formación de los matemáticos. La enseñanza era más bien clásica, pero iniciaba una modernización hacia la matemática estructural, la misma orientación que por entonces se adueñaba de las enseñanzas medias. El paradigma de este cambio eran la nueva álgebra y la algebrización de la geometría. En esa década, Pedro Abellanas publicaba en Madrid sus libros de texto, muy influyentes en la recepción nacional del nuevo estilo; por su parte, Rodríguez Vidal traducía dos libros, primero el de Birkhoff y Mac Lane, luego el de Dubreil. Por entonces llegó a Zaragoza un joven catedrático, José Luis Viviente, que venía de la mismísima patria de Bourbaki. Chicho estuvo desplazado a la fuerza entre la incorporación al elenco del ya maduro Luis Vigil, antiguo discípulo de Barinaga que provenía del exilio sudamericano, y el traslado a Madrid de Rodríguez Salinas, el más fino analista. El final de la década de los sesenta fue el lapso preparatorio de la nueva ley de educación del gobierno tecnocrático, de 1970, que hizo frente a su manera a la llamada masificación estudiantil. La reforma trajo un aluvión de nuevos profesores, auspició nuevos planes de estudios y promovió la investigación y los becarios; todo ello en medio de la convulsión política que provocaba un tardofranquismo que a muchos empezaba a parecer eterno.

Acabada la licenciatura, Chicho inició la profesión de profesor universitario. En un primer periodo, 1970–74, sufrió su sambenito político y la condición de *penene*, expresión popular fabricada con las iniciales de una categoría profesional, los Profesores No Numerarios (en su caso Profesor Ayudante), tan doliente como su propia definición negativa permite suponer. Pero también fueron unos años de vida intensa y apasionante. Chicho se incorporó al departamento de Teoría de Funciones que dirigía Vigil, gracias a que éste hizo oídos sordos a cuantos desaconsejaban, o algo peor que desaconsejar, contratar a jóvenes manifiestamente contrarios al régimen. La incipiente creación de grupos de investigación le llevó a integrarse en el de Polinomios Ortogonales, que en los años siguientes dio lugar a varias tesis doctorales dirigidas por Vigil, así la de Manuel Alfaro y la de Jaime Vinuesa, ambas en 1973. En el grupo entró también Rubio de Francia, que muy pronto inició vuelos propios en contacto con la matemática internacional más avanzada, y siguieron otras incorporaciones. Chicho, además de a sus clases (en la Escuela de Ingenieros Técnicos Industriales y en la Facultad de Ciencias) se dedicaba a profundizar en el estudio del tema que ocupaba al grupo, pero sin definir todavía una línea personal de trabajo en la que programar su tesis doctoral.

En 1973, el año de Chile y de Carrero, se produjo en la enseñanza militar una novedad con repercusión universitaria. La Academia General Militar de Zaragoza inició un procedimiento de ingreso que consistía en reclutar a un grupo de aspirantes a cadetes y reunirlos durante un año académico en un acuartelamiento, en el que recibían preparación militar y las enseñanzas del Primer Curso de Físicas; los mejor calificados engrosarían la siguiente promoción de cadetes del Ejército de Tierra. Parte importante de la novedad fue que los profesores serían mayoritariamente civiles, con la posibilidad incluso de que hubiera profesoras, que las hubo. La tarea de proponer al profesorado, que debería pertenecer a las diversas especialidades científicas, fue adjudicada al físico José Savirón, que realizó la misión con el método del momento, convocatorias boca a boca y selección a dedo. El número de profesores necesarios no era despreciable, pues el curso se dividía en varios grupos. Entre los solicitantes de los puestos para matemáticos estaban Chicho y Mari Carmen, que fueron rechazados por sus antecedentes políticos, especialmente notorios en el caso de Chicho. Algo similar les sucedió en otro frente. Por entonces, las grandes empresas contrataban con frecuencia a licenciados en ciencias e ingenieros para reciclarlos hacia la gestión, a menudo relacionada con la informática, que se empezaba a introducir en gran escala. Mari Carmen y Chicho obtuvieron puntuaciones óptimas en las pruebas realizadas por la Seat de Barcelona, pero no fueron aceptados; oficiosamente supieron que habían sido rechazados por razones políticas. Estos incidentes tuvieron su influencia a la hora de que la pareja dirigiera su mirada, como pronto veremos, hacia la oferta que llegaba, también boca a boca y a dedo, del Colegio Universitario de Logroño.

La vida del *penene progre* (también había de los otros) era en esos años jovial e intensa. Chicho se volcó en ella con la peculiar fuerza de su carácter. Sacaba tiempo para el trabajo y el estudio, el seguimiento de la vida política, los amigos, las canciones, mucha música de América Latina, y la gastronomía. Desde que compartieron piso de estudiantes con el químico Toño Ara, Chicho y José (Pep) Llombart adquirieron habilidades culinarias que no dejaron de perfeccionar con el tiempo, llegando ambos a ser apreciables cocineros. Al deporte se dedicaba más como espectador (sobre todo baloncesto) que como actor, pero no dejó de participar en esporádicos partidos de fútbol en un solar junto a la Facultad, donde el músculo ya desentrenado hacía más lo que podía que lo que quería. Y a última hora de la tarde al futbolín, vivido intensamente por un grupo de matemáticos que en otros momentos parecían más serios. Era grande y a la par delicado, no fuerte, de peso variable, a veces con una poblada barba que junto a su acento canario y sus opiniones le hacían parecer un perfecto castrista. En esos años hizo gala de su capacidad para la amistad más variada, iniciando algunas de las que ya le acompañarían siempre. En 1972 Mari Carmen y Chicho se casaron en la palmera Ermita de las Nieves, allí en lo alto, donde la virgen se cobija hasta que baja para ser jaleada cada lustro con entusiasmo popular. La crisis del petróleo del 73 se dejó sentir en la economía de los *penenes*, su escueto salario ya no permitía las alegrías relativas de los primeros años. Lo notó «Salvatore», que vio menos frecuentado su local, en cuya carta se podía seleccionar la «Pizza Chicho», que tenía como ingrediente esencial la cebolla, mucha cebolla bien asadita.

Los Colegios Universitarios provinciales surgieron, en la ley de educación del 70, como resultado de la confluencia de dos intereses, el de los entes locales que demandaban en nombre de sus ciudadanos enseñanza universitaria superior (no les bastaba que la ley hubiera declarado universitarias a las Escuelas de Magisterio y de Peritos) y el de la administración central, deseosa de evitar la gran concentración de universitarios que se producía en las capitales de distrito tradicionales. En 1972 se había creado el Colegio Universitario de Logroño, adscrito a la Universidad de Zaragoza, con enseñanzas de Ciencias y de Letras en sus primeros ciclos de tres años. El profesorado se seleccionó a través de las cátedras de Zaragoza o en Pamplona. La oferta económica era tentadora y el reto profesional atractivo para los profesores jóvenes. Chicho y Mari Carmen se incorporaron en octubre de 1974. Esta vez no hubo censura, no faltaron advertencias pero el placet fue dado. De hecho, en esos primeros años el Colegio reunió a varios jóvenes profesores nada simpatizantes del régimen agonizante (Pedro Arrarás, Aurelio Arteta y Ramón Irigoyen en Letras, Luis Español en Ciencias, entre otros). Finalizaban su primer curso riojano cuando en mayo nació Zenaida. Acababa el año cuando Franco tuvo el detalle de morirse. Después de un primer curso de tímido asentamiento en su nuevo destino, a partir del 1975–76 iniciaron una nueva etapa de su vida profesional y familiar instalados en Logroño.

Como sus colegas, daba abundantes clases y se ocupaba de la intendencia académica en un centro que, si bien era pequeño, tenía elevadas aspiraciones y en el que todo estaba por hacer. La actividad de extensión universitaria era intensa, destacando la cultural literaria y el foro político de la transición que se estableció en el Aula Magna del Colegio, sobre todo para los reaparecidos partidos de izquierdas, que se debatían entre el cambio de régimen con reforma o con ruptura. Con los amigos antes citados, participó en la movida política y cultural aglutinada en el Colegio; la intervención de Chicho fue decisiva a la hora de incorporar Logroño al circuito nacional del teatro independiente, tan brillante y tan militante. La crisis del petróleo llegó también al Colegio Universitario de Logroño, que fue perdiendo su frescura económica y entró en un terraplén que alcanzó a la mayoría de los Colegios repartidos por el país. Se planteó su extinción y la lucha por su futuro quedó ligada a la de la autonomía regional cuando ya las corporaciones locales eran democráticas. Al principio no fue Logroño un lugar provinciano y tranquilo donde preparar la tesis doctoral, sino una fragua en la que se gestaba una nueva ciudad y una nueva región en el marco de la transición política española. La tesis no avanzaba, los polinomios ortogonales no acababan de engarzar con el análisis de Fourier y Vigil andaba más por las dependencias de la gestión y menos por las pizarras, aunque no las abandonaba; con todo, Chicho frecuentaba el grupo zaragozano los últimos días de la semana y seguía con su preparación. Y el sábado al baloncesto antes de volver a Logroño, viviendo el partido desde la primera fila con la intensidad de un entrenador.

La reaparición en esos momento de José Luis Rubio de Francia fue decisiva. José Luis pasó dos años en el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton (EE.UU.), donde alcanzó la madurez matemática que cabía esperar de su genio, su disciplina en el trabajo y de tan buenas compañías. En 1977 estaba de vuelta en Zaragoza después de un año en Madrid tras ganar la cátedra. Poco tardó en tomar a su cargo la dirección de la investigación de Chicho, al tiempo que crecía entre ellos una gran amistad. El grupo de polinomios ortogonales de Zaragoza se reactivó y Chicho se fue concentrando en sus pasiones íntimas, la familia, los amigos, las matemáticas, el baloncesto y el ajedrez. Inició así una nueva época profesional que duró aproximadamente hasta 1985–86. Investigó sobre cuestiones de polinomios ortogonales formuladas en la teoría de Szegő y defendió su tesis doctoral en marzo de 1980. Ese mismo año apareció su primera publicación en las actas de las VII Jornadas Hispano-Lusas de Matemáticas.

La culminación de la tesis se vio favorecida por la estancia de Rubio de Francia en el Colegio Universitario, gracias a una cesión anual de sus servicios por la Facultad de Ciencias de Zaragoza, durante el curso 1979–80. El apoyo de Vigil a esta cesión fue decisivo, no sólo porque era el responsable del departamento, sino por la influencia que tenía en la gestión universitaria. Al interesado le convino el cambio temporal de residencia por motivos familiares, pero la razón académica era que el trabajo con Chicho era entonces una de sus prioridades. La relación matemática y personal entre ellos fue especialmente intensa durante ese curso. Además, la capacidad de convocatoria de José Luis sirvió para que se pusiera en marcha un seminario informal en el que profesores universitarios y de instituto se contaran cosas matemáticas de vez en cuando. El seminario arrancó en diciembre de 1979. El primer curso dieron charlas varios profesores del Colegio: Luis Español, José Luis, Chicho y también un profesor de instituto, Mariano Banzo. José Luis y Chicho intervinieron por primera vez en enero de 1980, con una charla sobre el concepto de área y el tema de la tesis doctoral respectivamente. El curso siguiente se animaron a participar otros profesores de instituto: Joaquín Hernández, Emilio Fernández y Manuel Benito. Aquel seminario, con algunos cambios de formato pero con el mismo objetivo general de mantener el contacto matemático entre los profesores de universidad y los de bachillerato, se ha celebrado sin interrupción y sigue activo. Primero fue minoritario, luego ganó público y en los noventa llegó a recibir alguna ayuda oficial. Casi todos los profesores que han pasado por Logroño en visitas de investigación han dado además una charla divulgativa en dicho seminario, otros fueron directamente invitados para ello. Especialmente emotivo fue escuchar a los exalumnos que acudieron a contar sus primeros trabajos o tesis doctorales. Chicho fue el mantenedor de este seminario desde 1980 hasta que nos dejó cuando andaba recomponiendo el índice de las charlas impartidas durante los primeros veinte años. Consideraba este seminario como una buena labor en sí misma, pero también como deber contraído con José Luis y un homenaje a su memoria desde que falleciera prematuramente en 1988. Ahora, por José Luis y por Chicho juntos, el seminario sigue celebrándose con otros compañeros ejerciendo de mantenedores.

A la vez que Chicho se doctoraba, el futuro del Colegio quedó despejado y, ya en los ochenta, los esfuerzos se dirigieron primero a gestionar su reconocimiento como centro público y luego hacia la universidad regional. En 1982 Chicho se sumó a la celebración del acceso al gobierno de los socialistas, y un año después a la de la promulgación de la nueva ley universitaria que abría mejores horizontes. También hacia el cambio de década, Mari Carmen encontró condiciones favorables y contactos internacionales que le permitieron reactivar una tesis doctoral en geometría diferencial que estaba en dique seco; formando grupo de trabajo con Luis Español, reorientó la investigación y alcanzó el doctorado en 1985 bajo la dirección de Gonzalo E. Reyes, matemático chileno-canadiense afincado en la Universidad de Montréal, siendo ponente el catedrático zaragozano José Luis Viviente. Entre tanto, Chicho seguía investigando y publicando en la línea que había iniciado con la tesis y manteniendo el contacto habitual con el grupo de Zaragoza. Durante el trienio 1981–83 el grupo disfrutó de un proyecto de investigación subvencionado por la CAICYT, titulado «Desarrollos ortogonales y análisis de Fourier. Aplicaciones», el primer proyecto oficial en el que Chicho participó, seguido después por muchos otros sucesivos. Cuando José Luis se trasladó a la Universidad Autónoma de Madrid en el otoño de 1981, Chicho sumó a sus viajes habituales otros más esporádicos a Madrid, para mantener el contacto personal con José Luis y conocer el intenso trabajo de análisis que se realizaba en dicha universidad, por la que sentía gran admiración. Allí estrechó su relación con otros discípulos de Rubio de Francia, como José Luis Torrea, también procedente de Zaragoza, o Javier Duoandikoetxea.

Después de la tesis ocurrieron dos hechos importantes. Uno profesional, Chicho ganó en octubre de 1982 las oposiciones a Profesor Adjunto de Universidad en la disciplina de Análisis Matemático II (Facultad de Ciencias). Otro institucional, el Colegio Universitario de La Rioja culminó en 1986 su integración en la Universidad de Zaragoza como un centro público más. Chicho obtuvo la plaza en Alicante, pero no llegó a incorporarse, manteniendo una condición de supernumerario hasta que, a primeros de 1985, se le autorizó el destino en la Universidad de Zaragoza, a la espera de que la integración del Colegio le permitiera incorporarse al mismo como Profesor Titular de Universidad. Estas situaciones estaban favorecidas por la entrada en vigor de la ley de 1983, que dotaba de autonomía a las universidades. Otra etapa profesional se abría ante Chicho, ya asentado en su propia carrera y en un centro consolidado, al que se iban incorporando nuevos profesores jóvenes, algunos de ellos exalumnos, dispuestos a iniciarse en la investigación matemática.

Su interés por conocer la actividad de los demás le llevó en 1983 a organizar un encuentro pionero entre especialistas en polinomios ortogonales. Ése ha sido, el interés por los problemas de los demás, llevado siempre de un modo reservado, un rasgo de su carácter aplicado en numerosas ocasiones con todo tipo de personas de su entorno. Por entonces, en 1984, se realizó en Zaragoza un libro de colaboraciones matemáticas en honor de Vigil, que cumplió setenta años. Chicho participó con un trabajo firmado con María Luisa Rezola, que también era discípula de José Luis. Durante unos años, Chicho y Marisa investigaron en estrecho contacto y publicaron varios artículos juntos. A partir de 1986 y hasta el final de sus días, la investigación de Chicho se centró en el problema de la convergencia de la serie de Fourier de polinomios ortogonales, que le había sido sugerido y orientado por Rubio de Francia.

En este punto llegamos a una historia paralela muy triste. En diciembre de 1986 José Luis estuvo en Logroño para participar en un curso de historia de la ciencia en torno a Julio Rey Pastor. Se fijó en las conferencias de Rey Pastor en el Ateneo de Madrid (*Introducción a la matemática superior*, 1915) y de una de ellas sacó el tema de las funciones de línea, unos funcionales asociados a varios problemas físicos. Su intervención, titulada *El problema de Dirichlet y la medida armónica*, trazó la historia matemática del tema desde el siglo XIX hasta los teoremas más recientes. Pocos meses después se declaró la enfermedad que apenas le dio respiro hasta su muerte en febrero de 1988. A pesar de que llegaba anunciada, produjo una gran conmoción, por supuesto familiar, pero también en el mundo matemático, sobre todo en su entorno más próximo. A Chicho le afectó profundamente. El despacho de Chicho en el Departamento fue siempre austero, paredes limpias con pocos adornos, pero junto a su asiento pegó el pequeño y sencillo cartel en gama de grises, con el rostro joven de José Luis a toda página, que anunciaba el congreso celebrado en honor a su memoria (El Escorial, 1989). Chicho nunca se separó de ese pequeño cartel. La devoción hacia José Luis se convirtió en el acicate esencial para continuar con la tarea universitaria en todas su facetas.

En los ochenta Chicho había recorrido ya cada rincón de La Rioja, hasta donde se podía llegar en coche y un poco más. Conocía los vinos igual de bien que los productos de sus islas. Era un buen catador, como el amigo Carmelo Cunchillos, con quien también compartía los puros de La Breña. A veces parecían demasiado exigentes, resistiéndose a aceptar plenamente un vino magnífico porque no igualaba a aquel otro mítico de imposible olvido. En Fuenmayor encontraban a Manuel en su «Donal», a Chema, el que mimaba las viñas, y ... mucha amistad y buena mesa. En el cambio de década, nuevas campanadas tristes mermaron el universo afectivo de Chicho. En 1990 murió su padre, todavía pronto; un año después llegó, a una edad más natural, la hora del abuelo materno. En los noventa Chicho empezó a cuidarse de modo más sistemático, a vigilar su peso. Se fue volviendo canoso mientras la barba seguía siendo de quita y pon, pero ya siempre arreglada. Era más bien hipocondríaco, tenía mejor salud de la que manifestaba pero no dejaba de regar el riñón con agua fresca por si acaso; vigilaba una tensión que nunca subió demasiado y acudía puntual a su fisioterapeuta para retocar hoy este hombro, mañana aquella cervical.

Decíamos unos párrafos antes que Chicho inició una nueva etapa de investigación en 1986, con un tema nuevo y la atención dirigida hacia los más jóvenes. En el interludio entre una y otra temática, ayudó en sus trabajos doctorales a su antiguo alumno Miguel Ángel Hernández, con el que publicó un par de artículos al margen de su tema principal de investigación. Pero lo más decisivo es que comenzó a tomar responsabilidades dentro de su grupo, en el que dirigió dos tesis doctorales, la de Juan Luis Varona y la de Mario Pérez, esta última codirigida por Francisco J. Ruiz Blasco, otro discípulo de José Luis. La tesis de Juan Luis, defendida en 1988, fue realizada en Logroño pero defendida en la Universidad de Cantabria por anómalas razones administrativas que no vale la pena mencionar. Pero sí aprovechamos para hacer notar que Chicho llevó allí el expediente porque estaba Jaime Vinuesa. También eran frecuentes sus escapadas con Mari Carmen a Santander, con Jaime y Angelines, con otros colegas y amigos de allá; y, como le gusta decir a Jaime, para ver el mar, algo que Chicho necesitaba de vez en cuando.

En este periodo, desde el final de la década de los ochenta, el trío que hemos mencionado, Pérez, Ruiz y Varona, o mucho mejor, Mario, Pacho y Juan Luis, comparte con Chicho buena parte de su investigación y la autoría de numerosos trabajos. Han compartido mucho más que eso. Juan Luis era en Logroño el apoyo de Chicho para muchas cosas. Pacho y Mario le esperaban en Zaragoza cada jueves, cuando llegaba a la facultad, quizás después de la visita a Fernando Montes. La diferencia de edad daba un matiz especial a su afecto mutuo, pero no impedía una gran camaradería entre ellos. Chicho y Pacho alcanzaron un grado especial de amistad, compartida por Mari Carmen y Palmira, la hermana de José Luis y esposa de Pacho. Terminado el trabajo en la pizarra del seminario, el final de la tarde era el momento de alternar con un puñado de amigos por los bares habituales, a mitad de camino entre la facultad y la casa de la suegra de Chicho, su domicilio en la capital aragonesa. Palmira se sumaba a la pandilla habitualmente, Mari Carmen siempre que iba a Zaragoza; también Juan Luis en ocasiones, acompañado entonces por Mario, menos adicto a estos alborotos.

Tiene su hueco en la historia de Chicho el encuentro entre las calles zaragozanas Santa Teresa y Barbasán, con sus locales que cobijaron, desde los sesenta hasta hoy mismo, tanta convivencia. Cuando Franco murió, Chicho paseó por ellas deleitándose con un ostentoso veguero provisto de un delicado crespón negro. Entre los locales, mencionemos sobre todo al histórico «Vinos Rubio», un clásico desde los años estudiantiles, con unos dueños encantadores que se hacían mayores a la vez que Chicho; más moderno es el «Soleá», donde Chicho y Pacho siempre tenían a su disposición una guitarra.

Durante la década de los noventa, Chicho fue el investigador principal en los proyectos del grupo de Polinomios Ortogonales y Análisis de Fourier de Zaragoza y La Rioja, que se integraba con otros análogos de diferentes universidades. Desde que se implantaron, fue consiguiendo todos los sexenios que incentivan económicamente la labor investigadora. Actuó con frecuencia como árbitro en revistas internacionales de prestigio y siguió participando en numerosos congresos nacionales e internacionales, siendo con frecuencia miembro de la organización o del comité científico. Especial relevancia tuvo la organización en 1994 de los primeros Encuentros de Análisis Real y Complejo, celebrados en Ezcaray, un hermoso pueblo riojano al pie de la sierra. Esta reunión tuvo gran acogida y nuevos Encuentros se sucedieron periódicamente; el último, en abril del presente año, fue en la ciudad natal de Chicho y estuvo dedicado a su memoria. Entre los organizadores figuraban Fernando Pérez González, José Manuel Méndez y José Rodríguez, tres pilares de las relaciones universitarias de Chicho en Canarias. El primero de ellos pronunció unas palabras de bienvenida a los asistentes seguidas de una hermosa semblanza de Chicho y de la influencia que ejerció en el propio orador; de su papel como impulsor de unas reuniones científicas con estilo propio y de algunos lugares de la isla llenos de recuerdos compartidos.

Mencionemos ahora que, el pasado mes de septiembre, se ha celebrado en Ezcaray, en las mismas instalaciones que Chicho promocionó hace siete años, otra reunión matemática, el EACA 2001. El recuerdo que habitaba en el ambiente quedó reflejado por los organizadores en el motivo central del cartel y de la portada del libro de actas (Julio Rubio (Ed.), *Actas del VII Encuentro de Álgebra Computacional y Aplicaciones*, Universidad de La Rioja, Logroño, 2001). Eligieron el «Fractal de Chicho», un llamativo dibujo en color obtenido por ordenador a partir de ciertas ecuaciones (ver, en este volumen, pp. 247–254, el trabajo del mismo título de M. Benito, J. M. Gutiérrez y V. Lanchares). Chicho y Manuel Benito [34] realizaron un trabajo de artistas explicando cómo se dibujan los fractales con el ordenador y ejecutando media docena de ejemplos muy bellos. Muy recientemente, en 1999, disfrutó en el congreso celebrado en la isla caribeña de Guadalupe, donde departió con colegas hispanos de la orilla americana.

Retomando el cauce biográfico, señalemos un acontecimiento que quizás sea el más relevante de este periodo final de la vida de Chicho, la creación de la Universidad de La Rioja. Entre otras cosas, le supuso la dirección de un departamento y le permitió el acceso a la cátedra sin mediar cambio de residencia. Una vieja aspiración de finales de los setenta, recogida en el reto «Hoy Colegio, mañana Universidad», se hacía realidad al fin, gracias a la confluencia de la política universitaria socialista con el desarrollo autonómico, que tenía la Universidad como una de sus prioridades. Ya a finales de 1988, el Rector de la Universidad de Zaragoza, Vicente Camarena, había dispuesto un Vicerrectorado del Campus de La Rioja; el objetivo era propiciar el contacto y la coordinación entre el Colegio y las Escuelas Universitarias radicadas en Logroño, impulsar la puesta en marcha de nuevas titulaciones en el campus riojano e ir favoreciendo una cierta gestión autónoma en la medida que la legislación vigente lo permitía. La creación de la Universidad de La Rioja llegó en 1992. Chicho y Mari Carmen estuvieron siempre a favor del proceso y de la onda política que lo impulsaba. En el momento de la creación, cuando el personal podía por razón legal elegir ente Zaragoza y Logroño, optaron por quedarse. Una vez que la Comisión Gestora, encabezada por Pedro Campos, comenzó a organizar la Universidad, ambos fueron llamados a asumir responsabilidades: Mari Carmen al frente del Centro Científico-Técnico, a cargo de Chicho la puesta en marcha de una nueva unidad que llegaría a ser el actual Departamento de Matemáticas y Computación. La tarea añadida de Chicho fue ardua: había que preparar instalaciones, la administración departamental, planes de estudio para la licenciatura propia y para las asignaturas de matemáticas de otras titulaciones; planificar y luego iniciar una expansión de la plantilla de profesores, etc. Todos los compañeros se volcaron en dicha tarea trabajando en armonía, siendo Chicho quien ejerció un papel directivo claro en todo el proceso. Aun sintonizando con la línea general de la gestión, fue exigente con las primeras autoridades académicas cuando se trataba de defender la parcela de sus responsabilidades, no dudando en sostener algunas tensiones ocasionales.

La puesta en marcha de la Universidad trajo consigo, en cuanto fue posible, la dotación de cátedras. Se convocó una primera remesa y Chicho fue, en 1995 y en el área de Análisis Matemático, uno de los primeros Catedráticos de la Universidad de La Rioja. También alcanzó la cátedra Carmelo Cunchillos, de Filología Inglesa. Una vez elegido el primer Rector, a la largo de su mandato Chicho mantuvo con frecuencia, en sintonía con su viejo amigo Carmelo, una actitud que debería calificarse de oposición, aunque fuera en virtud de sus propios criterios y no como resultado de una corriente organizada. Chicho permaneció al frente del Departamento hasta 1997, cuando renunció a presentarse de nuevo al cargo, aunque tenía la elección asegurada no sólo por razones normativas, al ser el único catedrático, sino porque contaba con el apoyo seguro de los compañeros. Le sucedió, y permanece con el mandato renovado, José Ignacio Extremiana, que fue uno de los primeros alumnos que Chicho tuvo en el Colegio Universitario; el relevo generacional se produjo con total cordialidad, como correspondía a un traspaso entre buenos amigos en un departamento notablemente cohesionado. Como gestor Chicho se sentía algo incómodo, tenía buenos criterios pero poca docilidad normativa y menos propensión al papeleo; algunas de sus iniciativas no casaban bien con el entorno administrativo. Especial empeño puso, con éxito, en mantener una reserva de plazas para Profesores Visitantes, sobre todo, pero no sólo, en su área de Análisis. Ello permitió un flujo de profesores, en estancias cuatrimestrales a veces renovadas, que contribuyó sin duda a fortalecer la docencia y animar la investigación. Por afinidad afectiva y solidaria, los profesores contratados de este modo procedían, todavía sucede así, de América Latina y de Europa del Este, zonas del planeta en las que había, todavía hay, muy buenos matemáticos en condiciones sociales y económicas lamentablemente desfavorables. Casi todos los que pasaron por aquí están entre los firmantes de este volumen. Con dos de ellos, el cubano Manuel Bello y el ucraniano Víctor Kolyada, Chicho llegó a publicar en colaboración.

La gestión departamental no le impidió avanzar en la investigación. En el apartado siguiente comentaremos sus trabajos publicados, algunos de ellos póstumos. Salvo unos pocos individuales al principio, Chicho publicaba artículos con uno o varios colegas. Esto era así porque en él dominaba el espíritu de equipo, la mixtura entre trabajo y amistad; es difícil imaginarlo como un matemático solitario. Además era perfeccionista y remiso a rematar la faena y ponerla en orden. Tampoco le resultaba simpática la máquina de escribir ni luego el ordenador, salvo para jugar contra él al ajedrez; en cuestión de instrumental nunca pasó del bolígrafo, que sujetaba con fuerza para realizar una letra clara, algo quebrada y nerviosa como su temperamento. No se veía reflejado en el texto monocorde e impersonal que fluye de las máquinas, cuyo manejo siempre consiguió evitar.

Sin abandonar la actividad, en los últimos años empezaba a preocuparle la retirada, de vez en cuando la mencionaba. Le iba pesando el trabajo tan intenso y se imaginaba feliz disfrutando de la vida. En Logroño ensayaba ese momento cuando acudía a sus grutas favoritas, a degustar los vinos de Raúl o de Santos en tertulias vespertinas con una magnífica cuadrilla. También era feliz cuando se reunían, de cuando en cuando, un puñado de matemáticos y químicos que se veían menos desde que la nueva universidad separó sus departamentos. Pero no pensaba quedarse anclado en la capital riojana, muchas relaciones parecidas a las anteriores y a la vez diversas le esperaban en sus otros territorios. Decía que obtener un sexenio más sería el final de la tarea, que ese proyecto trienal recién solicitado sería el último... «y a ponerse el bañador», ésta era su frase resumen. También tenía claro que no quería terminar su carrera convertido en un profesor que hiciera rutina de sus obligaciones mínimas. No tuvo tiempo de resolver este dilema.

Llegados a esta encrucijada tenemos que terminar, no sabemos cómo se pone el punto final a la biografía de un amigo. Avanzar nos devolvería a los párrafos tristes que iniciaron este relato. Lo que sí sabemos es que Chicho era muy rico en relaciones personales, repartidas en entornos de amistad diseminados por el territorio; mucho más rico de lo que aquí hemos podido narrar. Somos conscientes de que hemos asumido el riesgo de recoger mal las relaciones que creemos conocer y de que falten otras de las que no tenemos noticias o la tenemos imprecisa. Quizás sean los entornos canarios los que peor hemos podido reflejar. En diversas universidades hay personas que tienen un sitio en la vida de Chicho y no lo han tenido, o ha sido escaso, en estas páginas, sobre todo los colegas y amigos de los grupos de Polinomios Ortogonales; pero es que la lista completa sería muy larga. Pedimos disculpas a cuantos no se encuentren a gusto, por exceso, por omisión o por mal enfoque, en el retablo que hemos trazado del mundo de Chicho, lleno de personajes que se desenvuelven —que nos desenvolvemos, nosotros también— en los diversos escenarios por los que se movía como un maestro de ajedrez ante un complejo juego de simultáneas.

Obra matemática:
I. Alrededor de la teoría de Szegő

Esta nueva sección se dedicará a completar la anterior desde el punto de vista técnico, dando una descripción de los frutos de la investigación de Chicho, que hemos dividido en dos periodos. Recordemos que esta investigación comenzó propiamente en la segunda mitad de los setenta, una vez instalado en Logroño, pero integrado en el grupo de Polinomios Ortogonales (P.O.) de Zaragoza. Este grupo se originó, bajo la dirección de Luis Vigil, con Manuel Alfaro, Jaime Vinuesa, Francisco Marcellán y el propio Chicho entre otros, incorporándose más tarde María Pilar Alfaro, etc. Chicho realizó un breve trabajo con Jaime Vinuesa sobre extensiones típicas de productos escalares en el caso real, que publicaron años después [3]. También, bajo la influencia de la aproximación de Vigil a la teoría de Szegő, en [9] analiza la relación entre los P.O. sobre $\mathbb{T}$ y distintos elementos de dicha teoría. Pero no continuó con estas líneas de investigación, así que vayamos de lleno al tronco de su labor científica.

La vuelta de José Luis Rubio de Francia de Estados Unidos dio un impulso considerable al grupo; en particular, él fue el director de tesis de Chicho [2], defendida en 1980. La idea de conectar el estudio de diversos aspectos de la teoría de P.O. con problemas modernos desde el punto de vista del Análisis de Fourier sirvió para investigar en problemas de interés del momento: aspectos generales de la teoría de Szegő, espacios de Hardy en el disco y en dominios planos con pesos —tratando de caracterizar éstos mediante la clausura de polinomios analíticos en la frontera—, relación con procesos estacionarios gaussianos, cuestiones de determinismo y su tratamiento en espacios de Orlicz, subespacios invariantes en $L^p(\mathbb{T})$ y $L^p(w)$, acotación de la función conjugada en curvas del plano complejo con pesos A_p, etc. Comentemos algunos resultados fruto de esta investigación; varios de ellos provienen de su colaboración con María Luisa Rezola, quien, por las mismas fechas, también realizaba su tesis con José Luis.

Teoría de Szegő. [2, 7] En su formulación moderna, uno de los problemas básicos tratados en la teoría clásica de polinomios ortogonales sobre la circunferencia unidad es el estudio de la clausura de los polinomios analíticos en el espacio de las funciones de cuadrado sumable. Más concretamente: sea μ una medida finita y positiva sobre la circunferencia unidad $\mathbb{T}$ y consideremos el espacio de Hilbert $L^2(\mu) = L^2(\mathbb{T}, \mu)$. Denotemos por $H^2(\mu)$ el subespacio de $L^2(\mu)$ de las funciones aproximables por polinomios analíticos $\sum_{k=0}^{n} a_k e^{ik\theta}$ en la norma de $L^2(\mu)$. Dos cuestiones surgen de inmediato: caracterizar cuándo es estricto el contenido $H^2(\mu) \subset L^2(\mu)$ y, en ese caso, representar las funciones de $H^2(\mu)$.

La respuesta a la primera cuestión se debe a Kolmogorov, Szegő y Krein, entre otros: el contenido $H^2(\mu) \subset L^2(\mu)$ es estricto si y sólo si $\log w \in L^1(\mathbb{T})$, donde $\mu = \mu_c + \mu_s$ ($\mu_c = w\, d\theta$) es la descomposición de Lebesgue de μ con respecto a la medida de Lebesgue $d\theta$. Y la respuesta a la segunda cuestión es el teorema de Szegő:

$$H^2(\mu) = K \cdot H^2(\mathbb{T}) \oplus L^2(\mu_s),$$

donde K es la proyección de la función 1 sobre el ortogonal de $e^{i\theta} H^2(\mu)$, $1 - K$ el vector de mejor aproximación de 1 en $e^{i\theta} H^2(\mu)$, $H^2(\mathbb{T})$ el espacio de Hardy clásico, y $L^2(\mu_s)$ la parte singular de $L^2(\mu)$.

En su tesis [2], Chicho abordó la generalización de esta situación al espacio $L^p(\mu)$, con $1 \leq p < \infty$. Las técnicas utilizadas difieren de las hilbertianas usadas en el caso clásico, y corresponden a técnicas de mejor aproximación y ortogonalidad de James. Para el caso $1 < p < \infty$ obtiene

$$H^p(\mu) \subsetneq L^p(\mu) \iff \log w \in L^1(\mathbb{T}) \iff e^{i\theta} H^p(\mu) \subsetneq H^p(\mu).$$

La primera equivalencia expresa que, si la inclusión es estricta para un p, lo es para todos los p. La segunda indica que $H^p(\mu)$ es simplemente invariante por el operador *shift*, esto es, el definido mediante $f(e^{i\theta}) \mapsto e^{i\theta} f(e^{i\theta})$. El teorema de Szegő queda generalizado por

$$H^p(\mu) = K_p \cdot H^p(\mathbb{T}) \oplus L^p(\mu_s)$$

donde $1 - K_p$ es el vector de mejor aproximación de 1 en $e^{i\theta} H^p(\mu)$, y está caracterizado por

$$1 - K_p \in e^{i\theta} H^p(\mu), \quad |K_p|^p \, d\mu_c = c \, d\theta, \quad \frac{1}{K_p} \in H^p(\mathbb{T})$$

(siendo c una constante positiva). A partir de aquí se obtienen una serie de consecuencias; unas geométricas:

$$L^p(\mu_s) = \bigcap_{m \geq 0} e^{im\theta} H^p(\mu),$$

$$H^p(\mu) = e^{i\theta} H^p(\mu) \oplus L[K_p] \quad (e^{i\theta} H^p(\mu) \text{ es hiperplano}),$$

donde $L[K_p]$ representa el subespacio 1-dimensional generado por K_p, y otras funcionales: el espacio $H^p_c(\mu) = H^p(\mu) \cap L^p_c(\mu)$ (con $L^p_c(\mu)$ las funciones de $L^p(\mu)$ que son nulas μ_s-a.e.) verifica

$$H^p_c(\mu) = H^p(\mu_c),$$

y, además (denotando $\widehat{K}_p = \|K_p\|^{-1}_{L^p(\mu)} K_p$),

$$\begin{aligned} H^p(\mathbb{T}) &\longrightarrow H^p_c(\mu) \\ h &\longmapsto \widehat{K}_p \cdot h \end{aligned}$$

es un isomorfismo isométrico.

Para el caso $p = 1$, se obtiene K_1 por convergencia en $L^1(\mu)$ de los K_p cuando $p \to 1$, y se ve que está caracterizado por las mismas propiedades. Esto permite describir

$$H^1(\mu) = K_1 \cdot H^1(\mathbb{T}) \oplus L^1(\mu_s)$$

y obtener consecuencias análogas al caso $p > 1$.

Desde otro punto de vista, y continuando con $1 < p < \infty$, $H^p(\mu)$ se puede considerar como una generalización de $H^p(\mathbb{T})$ al sustituir la medida de Lebesgue por una medida positiva μ. Esto le lleva a estudiar $H^p(\mu)$ desde la perspectiva de su relación con $H^p(\mathbb{T})$, comprobando cómo se transforman o conservan algunos resultados de éste (bases, dualidad, factorizaciones, descomposiciones, coeficientes de Fourier, etc.), y de qué manera dependen de la medida.

Un estudio similar para la clausura de los conjugados de polinomios analíticos, $\widetilde{H}^p(\mu)$, conduce a resultados del mismo tipo. Además, cabe preguntarse si, como en el caso clásico, existe un análogo al teorema de Riesz, $L^p(\mathbb{T}) = H^p(\mathbb{T}) \oplus e^{-i\theta}\widetilde{H}^p(\mathbb{T})$. La respuesta depende del peso:

$$L^p(\mu_c) = H^p(\mu_c) \oplus e^{-i\theta}\widetilde{H}^p(\mu_c) \iff w \in A_p,$$

donde A_p indica la clase de pesos de Muckenhoupt.

Relación con la teoría de predicción. [2, 5] Sea P una medida de probabilidad y $\{X_n\}_{n=-\infty}^{\infty}$ variables aleatorias reales en el espacio $L^2(P)$, constituyendo un proceso estacionario gaussiano con medida cero. Los $c_n = \int X_0 X_n \, dP$ de la función de covarianza forman una sucesión definida positiva y, por el teorema de Herglotz, son los coeficientes de Fourier de una medida finita positiva sobre $\mathbb{T}$.

Esto permite obtener una isometría

$$\begin{aligned} L[\{X_n\}_{n=-\infty}^{\infty}] \subset L^2(P) &\longrightarrow L^2(\mu) \\ X_n &\longmapsto e^{in\theta} \end{aligned}$$

y el proceso $\{X_n\}_{n=-\infty}^{\infty}$ tiene una representación espectral $\{e^{in\theta}\}_{n=-\infty}^{\infty}$ (siendo μ la medida espectral). Las σ-álgebras engendradas por $\{X_n\}_{n\leq 0}$ y $\{X_n\}_{n\geq 0}$ (el pasado y el futuro, respectivamente) tienen $\widetilde{H}^2(\mu)$ y $H^2(\mu)$ como representación espectral. El proceso se dice determinista si el pasado determina el futuro, lo que equivale a $H^2(\mu) = L^2(\mu)$.

Denotemos por Π al conjunto los polinomios trigonométricos, y

$$\Pi_+ = \{g \in \Pi : \widehat{g}(k) = 0,\ k \leq 0\}.$$

Una elegante fórmula de Helson-Szegő expresa

$$\inf_{g\in\Pi_+}\int |1+g(x)|^p\,d\mu(x)=\exp\int \log w\,dx,\quad 0<p<\infty.$$

La misma cuestión cabe preguntarse si Π_+ se sustituye por

$$\Pi_0=\{g\in\Pi : \widehat{g}(0)=0\}.$$

Es decir, ¿cuál es el valor de

$$d_p(\mu)=\inf_{g\in\Pi_0}\int |1+g(x)|^p\,d\mu(x)\,?$$

Observemos que $d_p(\mu)>0$ indica que las constantes no se aproximan por polinomios trigonométricos que se anulan en el origen (es decir, sin término constante). En el lenguaje de la teoría de predicción, $d_p(\mu)>0$ significa que, para un cierto proceso estocástico de medida espectral μ, el pasado y el futuro estrictos no determinan, juntos, el presente.

Cuando $p=2$, la respuesta a esta cuestión fue dada por Kolmogorov usando argumentos hilbertianos:

$$d_2(\mu)=\left(\int w(x)^{-1}\,dx\right)^{-1}.$$

En particular,

$$d_2(\mu)>0 \iff w(x)>0 \text{ a.e. y } w^{-1}\in L^1(\mathbb{T}).$$

El tratamiento que se hace en [2, 5] permite dar una aproximación diferente al problema, que es válida para estudiar $L^p(\mu)$ en general e, incluso, espacios de Orlicz. Comentaremos en primer lugar el caso $L^p(\mu)$.

Cuando $1<p<\infty$,

$$d_p(\mu)>0 \iff w^{-p'/p}\in L^1(\mathbb{T}).$$

Además

$$d_p(\mu)=\left(\int w(x)^{-p'/p}\,dx\right)^{-p/p'}.$$

Como caso particular, para $p=2$, se obtiene el teorema de Kolmogorov y, como corolario,

$$d_p(\mu)\to\exp\int\log w\quad\text{cuando } p\to\infty.$$

Para $p=1$, $d_1(\mu)>0$ si y sólo si w está acotada inferiormente por una constante positiva. Además

$$d_1(\mu)=\operatorname*{\inf es}_{x\in\mathbb{T}} w(x).$$

Finalmente, si $p<1$, $d_p(\mu)=0$.

Para el caso de espacios de Orlicz, sean Φ, Ψ funciones de Young conjugadas y $L_\Phi(\mu)$, $L_\Psi(\mu)$ los correspondientes espacios de Orlicz sobre $(\mathbb{T},\mu)$. Entonces,

$$\inf\left\{\|1+g\|_{L_\Phi(\mu)} : g\in\Pi_0\right\}>0 \iff w(x)>0 \text{ a.e. y } w^{-1}\in L_\Phi(w).$$

Además, estas condiciones son equivalentes a que la función conjugada y la suma n-ésima de la serie de Fourier estén acotadas de $L_\Phi(\mu)$ en $L^1(\mathbb{T})$-débil.

La condición $w^{-p'/p} \in L^1(\mathbb{T})$ es equivalente a $L^p(w) \hookrightarrow L^1(\mathbb{T})$, y es la respuesta a otras cuestiones. Por ejemplo, es condición necesaria y suficiente para que exista algún $u > 0$ tal que la transformada de Hilbert (o el operador conjugación) esté acotada de $L^p(w)$ en $L^p(u)$.

Esto se utiliza para resolver un problema de interpolación estocástica. Es condición suficiente para que $H^p(w) \cap \widetilde{H}^p(w) = \{\text{constantes}\}$, que en términos de predicción indica que la intersección del pasado y el futuro es el presente. La condición está bien ajustada en el sentido de que si $0 < q < p'/p$, existe w tal que $w^{-q} \in L^1(\mathbb{T})$ y $H^p(w) \cap \widetilde{H}^p(w)$ contiene funciones no constantes.

Subespacios invariantes. [1, 4, 6, 7, 8] Con respecto al operador *shift*

$$\begin{aligned} S\colon L^p(\mu) &\longrightarrow L^p(\mu) \\ f(e^{i\theta}) &\longmapsto Sf(e^{i\theta}) = e^{i\theta} f(e^{i\theta}), \end{aligned}$$

un subespacio $M \subset L^p(\mu)$ se dice doblemente invariante si $S(M) = M$, y simplemente invariante si $S(M) \subsetneqq M$. En estos términos, $H^p(\mu) = L^p(\mu)$ si y sólo si $H^p(\mu)$ es doblemente invariante; $H^p(\mu) \subsetneqq L^p(\mu)$ si y sólo si $H^p(\mu)$ es simplemente invariante.

Surge así la idea de describir los subespacios simple y doblemente invariantes en $L^p(\mu)$. La respuesta es que, para $1 < p < \infty$, se tiene

$$M \text{ es dobl. inv. } \iff M = \chi_E \cdot L^p(\mu_s), \quad E \text{ medible en } \mathbb{T};$$

$$M \text{ es simpl. inv. } \iff M = q \cdot H^p(\mathbb{T}) \oplus \chi_E \cdot L^p(\mu_s),$$

donde $|q|^p w = 1$, $q = 0$ μ_s-a.e. y es única salvo factores constantes de módulo 1.

Entre otras consecuencias, resulta de nuevo el teorema de Szegő para $0 < p < \infty$. Así mismo, se prueba que

$$M \text{ es simpl. inv. en } L^p(w) \iff M = u \cdot H^p(w), \quad |u| = 1 \text{ a.e.};$$

$$M \text{ es simpl. inv. en } H^p(w) \iff M = u \cdot H^p(w), \quad u \text{ interna}.$$

Estos y otros resultados extendieron los conocidos de Beurling para el espacio $H^p(\mathbb{T})$ clásico, así como los de Srinivasan y Wang.

H^p en dominios planos con pesos. [2, 7, 10, 11, 13] Si w es un peso sobre la circunferencia unidad $\mathbb{T}$, podemos definir $H^p(D, w)$ como el espacio de las funciones holomorfas en el disco D tales que

$$\sup_{0 \le r < 1} \int_{\mathbb{T}} |f(z)|^p w(\theta)\, d\theta < \infty, \quad z = re^{i\theta};$$

y $H^p(\mathbb{T}, w)$ como la clausura en $L^p(\mathbb{T}, w)$ de los polinomios analíticos $\sum_{k=0}^n a_k z^k$.

Si $\log w \in L^1(\mathbb{T})$ y $0 < p < \infty$, entonces $H^p(\mathbb{T}, w) = K_p \cdot H^p(\mathbb{T})$, donde $1/K_p$ es la función externa (salvo constantes de módulo 1) tal que $|K_p|^p w = 1$ en casi todo punto. Una pregunta natural es si existe un resultado análogo para $H^p(D, w)$ y, de nuevo por similitud con el caso clásico ($w = 1$), si existe un isomorfismo entre $H^p(D, w)$ y $H^p(\mathbb{T}, w)$. La respuesta a estas preguntas, para $w \in A_\infty$, es:

(i) $H^p(D,w) = K_p \cdot H^p(D)$ donde $1/K_p$ es la única función externa tal que $|K_p|^p w = 1$ en casi todo punto.
(ii) Si $f \in H^p(D,w)$, existe convergencia no tangencial a una función $f^* \in H^p(\mathbb{T},w)$.
(iii) Existe un isomorfismo entre $H^p(D,w)$ y $H^p(\mathbb{T},w)$.
(iv) Dualidad: $H^p(D,w)' = H^{p'}(D,w)$, $1/p + 1/p' = 1$.
(v) Factorización: $H^p(D,w) \cdot H^q(D,w) = H^r(D,w)$, $1/p + 1/q = 1/r$.

Sea ahora Γ una curva rectificable de Jordan en el plano complejo, y denotemos por Ω la región limitada por Γ. Por un resultado de Carathéodory, cada aplicación conforme ϕ del disco unidad D en Ω tiene una única extensión a $|z| \leq 1$ y en particular su restricción a la circunferencia unidad $\mathbb{T}$ es una parametrización de Γ. Supondremos ϕ normalizada por $\phi(0) = 0$.

Sea $d\mu = w\,ds$ una medida finita positiva sobre Γ absolutamente continua respecto a la longitud de arco ds. Representamos por $L^p(\Gamma,\mu)$, $1 < p < \infty$, el espacio de las funciones complejas definidas sobre Γ tales que $\int_\Gamma |f(z)|^p\,d\mu < \infty$, y por $H^p(\Gamma,\mu)$ el subespacio cerrado de $L^p(\Gamma,\mu)$ engendrado por los polinomios analíticos $P(z) = \sum_{k=0}^n a_k z^k$, $z \in \Gamma$. Denotemos $L^p(\Gamma) = L^p(\Gamma, ds)$ y $H^p(\Gamma) = H^p(\Gamma, ds)$.

Si se quiere estudiar $H^p(\Gamma,\mu)$, es obvio que este espacio debe estar estrictamente contenido en $L^p(\Gamma,\mu)$, y esto requiere restringir la clase de curvas Γ. Para ello se consideran curvas denominadas arco-cuerda, que vienen definidas por la siguiente condición: existe una constante $C > 0$ tal que, para todo par de puntos $z_1, z_2 \in \Gamma$, $s(z_1,z_2) \leq C|z_1 - z_2|$, donde $s(z_1,z_2)$ es la longitud del arco más corto a lo largo de Γ que une z_1 y z_2. Estas curvas están caracterizadas por la condición $\log\phi' \in \mathrm{BMOA}$.

Si Γ es arco-cuerda, Ω es un dominio de Smirnov (ϕ' externa) y existe $q > 1$ tal que $|\phi'| \in A_q$, fijado dicho q imponemos al peso w que verifique $\log w \in L^q(\Gamma)$. En estas condiciones obtenemos para $H^p(\Gamma,\mu)$ la representación

$$H^p(\Gamma,\mu) = K_p \cdot H^p(\Gamma),$$

donde

$$K_p = w^{-i/p} \exp\left(-i(\log w)^\sim\right)$$

y $^\sim$ indica la función conjugada sobre Γ definida por $\widetilde{f} = (f \circ \phi)^\sim \circ \phi^{-1}$. También se obtuvieron resultados análogos al caso clásico ($\Gamma = \mathbb{T}$) para dualidad, factorizaciones, bases, etc.

También se aborda el estudio de la función conjugada. Se define de manera natural y, como sucede en el caso del círculo unidad, si $P(z)$ es un polinomio y $f(z) = \operatorname{Re} P(z)$, $z \in \Gamma$, entonces $\widetilde{f}(z) = \operatorname{Im} P(z)$. En el caso sin peso ($w \equiv 1$), el teorema de M. Riesz, vía transformación conforme, afirma que

$$^\sim\colon L^p(\Gamma) \longrightarrow L^p(\Gamma) \text{ acotado} \quad \Longleftrightarrow \quad |\phi'| \in A_p;$$

por tanto, para establecer el resultado con pesos, se necesitan curvas que verifiquen esta condición.

Por ello se consideran una clase especial de curvas arco-cuerda, denominadas cuasirregulares, que verifican la siguiente condición de tipo geométrico: para todo $\varepsilon > 0$, existe $\delta > 0$ tal que, si $z_1, z_2 \in \Gamma$ y $|z_1 - z_2| \leq \delta$, entonces $s(z_1,z_2) \leq$

$(1+\varepsilon)|z_1 - z_2|$. Estas curvas están caracterizadas por

$$\log \phi' \in \mathrm{VMOA}(D) = H^1(D) \cap \mathrm{VMO}(\mathbb{T}),$$

donde $\mathrm{VMO}(\mathbb{T})$ es la clausura en $\mathrm{BMO}(\mathbb{T})$ de las funciones continuas. Para esta clase de curvas se obtiene un resultado similar al clásico: dado $1 < p < \infty$, el operador conjugación está acotado en $L^p(\Gamma, w\,ds)$ si y sólo si $w \in A_p$.

En la demostración de este resultado sólo se usa el hecho de que $\log|\phi'| \in \overline{L^\infty_{\mathrm{BMO}}}$. Las curvas que verifican esta condición contienen estrictamente a las cuasirregulares y están contenidas en las arco-cuerda; y están caracterizadas por la equivalencia entre la acotación del operador conjugación y la condición A_p.

Funciones cardanianas. [12, 14] A mediados de la década de los ochenta, a caballo entre los dos periodos de investigación que distinguimos, Chicho colaboró durante una temporada con Miguel Angel Hernández, compañero del Colegio Universitario, que estaba elaborando su tesis doctoral.

Su estudio trata sobre funciones enteras (analíticas en todo $\mathbb{C}$), y se analizan propiedades similares a las dadas por las reglas de Cardano, que relacionan los coeficientes de un polinomio con sus ceros. Las funciones enteras tienen un desarrollo en serie de potencias en torno al origen, y se trata de estudiar si entre los coeficientes de tal desarrollo y los ceros de la función aparecen relaciones que generalicen las reglas de Cardano. Se consiguen probar resultados de este tipo, en los que, además, interviene el orden exponencial de la función analítica.

II. Series de Fourier

Durante la primera parte de los ochenta, la investigación de Chicho se dedicó a los temas citados hasta ahora. Visitaba la U.A.M. frecuentemente para comentar algunos problemas con José Luis Rubio de Francia. Él le sugirió que estudiara el problema de la convergencia de la serie de Fourier de P.O., y le proporcionó la bibliografía que conocía hasta el momento: la memoria de Benedek-Panzone y los trabajos de Pollard, Wing y Muckenhoupt.

En 1985, Chicho comenzó a dirigir la tesis de Juan Luis Varona (defendida en 1988); y, un poco después, la de Mario Pérez (defendida en 1989), codirigida con su entrañable amigo Francisco J. Ruiz Blasco. Ambas tesis abordaron este tema. Esta línea de investigación, y su colaboración con ellos tres, duró hasta el final de sus días.

El planteamiento de algunos problemas de la convergencia de la serie de Fourier en el contexto de sistemas ortogonales generales es muy simple, si se considera antes el análogo clásico de la serie de Fourier trigonométrica.

Consideremos $\mathbb{T}$ la circunferencia unidad y $\{e^{int}\}_{n\in\mathbb{Z}}$ el sistema ortogonal en $L^2(\mathbb{T}) = L^2(\mathbb{T}, dx)$. Si $f \in L^1(\mathbb{T})$, las sumas parciales de la serie de Fourier vienen dadas por

$$
\begin{aligned}
S_n f(x) &= \sum_{k=-n}^{n} \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(t) e^{-ikt}\, dt \right) e^{ikx} = \sum_{k=-n}^{n} \widehat{f}(k) e^{ikx} \\
&= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(t) D_n(x-t)\, dt = D_n * f(x),
\end{aligned}
$$

donde

$$
D_n(t) = \sum_{k=-n}^{n} e^{ikt} = \frac{\operatorname{sen}((n+\frac{1}{2})t)}{\operatorname{sen}(\frac{t}{2})}
$$

es el denominado núcleo de Dirichlet. Algunos resultados clásicos sobre acotación uniforme y convergencia de la serie de Fourier son:

Convergencia en $L^p(\mathbb{T})$ *(M. Riesz, 1920)*: $S_n f \to f$ en $\|\cdot\|_p$, para toda $f \in L^p(\mathbb{T})$, $1 < p < \infty$.

Sin embargo, no es cierto en general que $S_n f \to f$ en $\|\cdot\|_1$. Cuando se trata, como en el caso anterior, de convergencias en norma, ésta es equivalente a la correspondiente acotación uniforme de los operadores S_n. Y es también equivalente a la acotación del operador conjugación $\sim\colon L^p(\mathbb{T}) \longrightarrow L^p(\mathbb{T})$.

Divergencia en casi todo punto (Kolmogorov, 1926): Existe $f \in L^1(\mathbb{T})$ tal que $S_n f$ diverge a.e.

Acotación $(1,1)$*-débil (Kolmogorov, 1928)*: Los operadores $S_n\colon L^1 \longrightarrow L^{1,\infty}$ están uniformemente acotados.

Convergencia en casi todo punto (Carleson-Hunt, 1966–67): $S_n f \to f$ en casi todo punto, para toda $f \in L^p(\mathbb{T})$, $1 < p < \infty$. De hecho, el operador maximal $S^* f(t) = \sup_n |S_n f(t)|$ está acotado en $L^p(\mathbb{T})$ y esto implica la convergencia en casi todo punto.

Acotación en $L^p(w)$ *(Hunt, Muckenhoupt y Wheeden, 1973)*: Los operadores $S_n\colon L^p(w) \longrightarrow L^p(w)$ están uniformemente acotados si y sólo si w pertenece a la clase de pesos A_p de Muckenhoupt $(1 < p < \infty)$.

Si ahora $\{p_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ son los polinomios ortonormales respecto a una medida $d\mu$ (en $\mathbb{T}$ o en algún intervalo de $\mathbb{R}$), o $\{\phi_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ es, en general, un sistema ortonormal en $L^2([a,b], d\mu)$, las anteriores cuestiones tienen su análogo aquí, y su estudio ocupó bastante parte del esfuerzo investigador de Chicho a lo largo de estos últimos años. Lógicamente, para que pueda haber convergencia de la serie de Fourier, el sistema ortonormal debe ser completo (con combinaciones lineales densas en el espacio L^p correspondiente); en principio, asumiremos este hecho sin mayores comentarios. Centrémonos en polinomios ortonormales y en problemas de convergencia en media o de acotación débil.

Los hechos fundamentales, que se desprenden de procedimientos estándar, son los que siguen:

Sea $\{p_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ el sistema de polinomios ortonormales en $L^2(d\mu) = L^2([a,b],d\mu)$ (se pueden conseguir ortogonalizando $1, x, x^2, \dots$ por el procedimiento de Gram-Schmidt). Para una función f,

$$a_k = \int_a^b f p_k \, d\mu, \quad S_n f = \sum_{k=0}^n a_k p_k$$

denotan, respectivamente, los coeficientes y las sumas parciales de la serie de Fourier de f. Por el teorema de Banach-Steinhaus, si $1 \le p < \infty$,

$$S_n f \to f \text{ en } L^p(d\mu) \iff \|S_n f\|_p \le C\|f\|_p$$

con C independiente de n (y donde $\|\cdot\|_p$ denota la norma en $L^p(d\mu)$).

Para $p = 2$, siempre es cierta la acotación $\|S_n f\|_2 \le \|f\|_2$ (desigualdad de Bessel). Entonces, por dualidad e interpolación, el conjunto de los p para los que $\|S_n f\|_p \le C\|f\|_p$ es un intervalo simétrico (respecto a la conjugación $1/p + 1/p' = 1$) en torno a $p = 2$.

En relación con esto, una serie de cuestiones que pueden abordarse son:

Problema principal: Dar condiciones necesarias y suficientes para la acotación uniforme de los operadores S_n y determinar el intervalo de los p para los que hay convergencia en $\|\cdot\|_p$. (No se conoce ningún operador que haga el papel de la transformada de Hilbert en las series trigonométricas. Es decir, un operador cuya acotación sea equivalente a la acotación uniforme de los S_n.)

Acotación con pesos: Estudiar para qué pesos U y V se tiene

$$\|S_n f\|_{L^p(U^p d\mu)} \le C\|f\|_{L^p(V^p d\mu)}$$

con C independiente de n.

Comportamiento en los extremos: El intervalo de los p donde hay acotación, ¿es abierto o cerrado? Y, en segundo lugar, si es abierto e igual a (p_0, p_1), ¿hay acotación uniforme débil o débil restringida en los extremos p_0 y p_1?

La primera dificultad que se encuentra para resolver estos problemas es que se necesita tener estimaciones para los polinomios p_n que están muy lejos de conocerse en un caso general (es decir, con $d\mu$ una medida cualquiera).

La razón por la que las estimaciones para los polinomios pueden resolver el problema proviene del hecho de que S_n es un operador que viene dado por la integración contra un núcleo

$$S_n f(x) = \int_a^b K_n(x,y) f(y)\, d\mu(y), \quad K_n(x,y) = \sum_{k=0}^n p_k(x) p_k(y).$$

Las relaciones de ortogonalidad permiten expresiones más manejables del núcleo, como la fórmula de Christoffel-Darboux

$$K_n(x,y) = \gamma_n \frac{p_{n+1}(x)p_n(y) - p_n(x)p_{n+1}(y)}{x-y}.$$

Aquí se ve la posible relación con la transformada de Hilbert aunque, desgraciadamente, no es un núcleo estándar de una integral singular. Ni tampoco si separamos el operador en dos según sugiere inmediatamente la anterior fórmula, ya que entonces ninguno de los dos que aparecen es uniformemente acotado (al menos, en todos los ejemplos conocidos).

Esto supone una segunda dificultad, que consiste en buscar buenas descomposiciones del núcleo de manera que S_n se pueda escribir como una suma de operadores de los que se pueda estudiar, con ciertas garantías, su acotación con pesos.

Las aportaciones de Chicho en esta línea, someramente comentadas, son las siguientes:

Convergencia (acotación) en L^p. [15, 16, 17, 18, 20, 23, 24, 25, 27, 32] Se caracteriza la acotación en L^p con pesos para cierta clase de polinomios que contienen en particular a los de Jacobi generalizados, esto es, los ortogonales respecto al peso

$$w(x) = H(x)(1-x)^\alpha(1+x)^\beta \prod_{k=1}^{m} |x - x_k|^{\gamma_k}, \quad x \in [-1,1],$$

con $-1 < x_1 < \cdots < x_m < 1$, $\alpha, \beta, \gamma_k > -1$, y siendo H una función positiva a la que se imponen condiciones adicionales sobre su módulo de continuidad. También se obtienen resultados para medidas cuya parte absolutamente continua es un peso de Jacobi generalizado y cuya parte singular es una suma finita de deltas de Dirac; y para la suma de un peso de Laguerre y una masa positiva en 0.

Así mismo, se aborda la acotación uniforme de las series de Fourier que provienen de otro sistema ortogonal muy utilizado, pero que ya no está formado por polinomios, el de Bessel. La relación de ortogonalidad de este sistema es

$$\int_0^1 J_\alpha(\alpha_n x) J_\alpha(\alpha_m x) x\, dx = \tfrac{1}{2} J_{\alpha+1}(\alpha_n)^2 \delta_{nm},$$

donde $J_\alpha(x)$ denota la función de Bessel de orden $\alpha > -1$, y $\{\alpha_n\}_{n=0}^\infty$ son sus ceros positivos ordenados en sentido creciente. Igualmente, se estudian las series de Fourier de otro sistema ortogonal en el que intervienen funciones de Bessel (esta vez, en $(0,\infty)$): las series de Neumann, que comentaremos más adelante.

Acotación débil y débil restringida. [17, 19, 22, 25, 26, 27] El rango de valores de p para los cuales la serie de Fourier converge es un intervalo. En sus extremos, a diferencia del caso clásico, los resultados para polinomios de Jacobi generalizados y para series de Bessel son negativos: no hay acotación débil (con o sin pesos adicionales). Tiene sentido preguntarse si hay acotación débil restringida, es decir, de $L^{p,1}(\mu)$ en $L^{p,\infty}(\mu)$; se prueba, en los casos mencionados, que sí hay acotación.

Convergencia en casi todo punto. [21, 27] Refinando un resultado de Gilbert sobre trasplantación, se prueba que el operador maximal de la serie de Fourier está acotado para series de Fourier-Jacobi y Fourier-Bessel; también, para medidas de Jacobi generalizadas (con una suma finita de deltas de Dirac). Como consecuencia, la serie converge en casi todo punto.

Por otra parte, a partir de cotas inferiores para las normas en L^p de los polinomios (o funciones) ortonormales, pueden encontrarse condiciones necesarias para la convergencia en todo punto de series de Fourier. Esto nos permite hallar condiciones muy generales y fácilmente evaluables que, en particular, garantizan la divergencia en casi todo punto de la serie de Fourier de alguna función en todos los sistemas para los que, hasta el momento, este hecho ya era conocido.

Medidas más generales y el conmutador de la serie de Fourier. [28, 29, 31] Todos los resultados anteriores se refieren a clases específicas de medidas, más o menos amplias. Existen condiciones necesarias para la convergencia, pero en general no son suficientes. Si $S_n(\mu)$ es el operador suma parcial enésima de la serie de Fourier asociada a una medida μ de partida, el estudio de la dependencia

$$b \longmapsto S_n(e^b \, d\mu)$$

puede proporcionar resultados acerca de la convergencia de la serie de Fourier asociada a medidas de la forma $e^b \, d\mu$, donde b es una *perturbación* cualquiera, aunque de norma pequeña, en algún espacio adecuado de funciones. Este problema está muy relacionado con el estudio del conmutador $[b, S_n]f = bS_n(f) - S_n(bf)$. Tanto para este conmutador como para las perturbaciones de medidas, se obtiene información en el caso de los polinomios de Jacobi o funciones de Bessel y tomando funciones $b \in \mathrm{BMO}$.

Series de Neumann. [31, 32, 33] Si usamos J_μ para denotar la función de Bessel de orden μ, y tomamos $\alpha > -1$, se verifica la siguiente relación de ortogonalidad:

$$\int_0^\infty J_{\alpha+2n+1}(x) J_{\alpha+2m+1}(x) \, \frac{dx}{x} = \frac{\delta_{nm}}{2(2n+\alpha+1)}, \quad n, m = 0, 1, 2, \ldots.$$

Las series de Fourier correspondientes, $\sum_{n=0}^\infty c_n J_{\alpha+2n+1}$, se suelen denominar series de Fourier-Neumann.

El estudio de estas series resulta muy interesante, pues el sistema ortogonal tiene propiedades distintas de las habituales en otros sistemas. En particular, la clausura de las combinaciones lineales finitas de las funciones ortogonales no es el correspondiente espacio L^p; uno de los problemas que hay que abordar consiste en identificar tal clausura. Aquí, aparece de manera natural la transformada de Hankel de orden α, la relación (vía la transformada) entre los polinomios de Jacobi y las funciones ortogonales, multiplicadores, etc.

En el estudio de estas series se incorporó al grupo investigador Óscar Ciaurri, profesor de la Universidad de La Rioja. Se probaron diversos resultados sobre la acotación uniforme de las sumas parciales de las series de Fourier-Neumann, convergencia en media y en casi todo punto, así como propiedades relacionadas con conmutadores.

Tales series se aplican para resolver, en espacios L^p con pesos, las llamadas ecuaciones integrales dobles de tipo Titchmarsh. En estas ecuaciones, que provienen de problemas físicos relacionados con el potencial y el electromagnetismo, la función incógnita debe satisfacer una ecuación integral en el intervalo $(0, 1)$ y otra distinta en el intervalo $(1, \infty)$; ambas ecuaciones se pueden describir como transformadas de Hankel.

Medidas variantes y polinomios de Stieltjes. [30, 36, 37] Otra línea de investigación de Chicho surgió a raíz de su colaboración con Manuel Bello, profesor cubano que se incorporó a la Universidad de La Rioja.

Dada una medida de Borel μ sobre $\mathbb{R}$ tal que los polinomios son integrables, si $\{p_n\}_{n=0}^{\infty}$ son los correspondientes polinomios ortogonales, se llaman polinomios de Stieltjes a los S_n (de grado n) que cumplen

$$\int_{\mathbb{R}} x^k S_n(x) p_{n-1}(x)\, d\mu(x) = 0, \quad k = 0, 1, \ldots, n-1.$$

El interés de estos polinomios se debe fundamentalmente a su relación con las fórmulas de cuadratura de Gauss-Kronrod, para lo que es importante conocer propiedades de sus ceros. Pero también tienen aplicaciones a la aproximación racional, con polos parcialmente prefijados, de funciones de Markov; estas aplicaciones derivan de las propiedades asintóticas de los polinomios de Stieltjes. Varios de los últimos trabajos de Chicho contienen resultados en estas direcciones: propiedades de los ceros de polinomios de Stieltjes, comportamiento asintótico y velocidad de convergencia de las fórmulas de cuadratura asociadas.

Teoremas de trasplantación. [21, 35] La investigación de Chicho ya se había topado con temas relacionados con la trasplantación en series de Fourier. Había obtenido algunos resultados nuevos que se utilizaban para estudiar la convergencia en casi todo punto de algunas series.

Últimamente, y gracias a su colaboración con Víctor Kolyada, profesor visitante en la Universidad de La Rioja, había retomado el interés por el tema. Concretamente, abordan el problema de la trasplantación para series de polinomios ultraesféricos en el índice crítico (es decir, en el extremo inferior del intervalo de convergencia en media). A este respecto, obtienen algunos resultados referidos a acotación en espacios de Hardy y de Lorentz.

Sobre la edición

Volvamos al relato de la gestación de este libro para contar algunos detalles finales de la edición. La convocatoria que dio el pistoletazo de salida venía encabezada por un título en principio tentativo, pero que finalmente se consolidó. Muchos nos han preguntado el porqué de «*Margarita Mathematica*». La expresión surgió como traída por el viento desde un lugar desconocido, así que nos vemos obligados a buscar una explicación que necesariamente ha de ser mucho más prolija que su simple aparición instantánea. Hay varios rótulos al uso para estas obras colectivas y dedicadas, expresiones diversas iniciadas con palabras como «contribuciones», «trabajos», «colaboraciones», etc., sacadas del vocabulario laboral y que con frecuencia incomprensible se prefieren a «miscelánea», una palabra bella y certera como las matemáticas. Pensamos en ella para la ocasión y nos vino a las mientes *Miscelánea Matemática*, de José Barinaga, 1937. Uno de nosotros, que tuvo ocasión de comprarla en una venta de lance, recordaba los comentarios de Chicho sobre su autor —«mi maestro Barinaga», que decía el maestro Vigil—, sobre su contenido y sobre su circunstancia. El contenido, «76 notas complementarias de la cultura universitaria escolar», recopilación de notas breves y comentarios publicados en la revista *Matemática Elemental* en el trienio 1933–36, nos parecía un espléndido guión para un seminario como el que manteníamos con los colegas de medias, una rica herencia del espíritu escolar republicano. El autor, a la sazón catedrático —todavía no depurado— de la Universidad de Madrid, era además Director del Laboratorio y Seminario Matemático de la Junta para Ampliación de Estudios, aún no desaparecida en combate. El libro había sido publicado en Madrid por la Junta, cuya Comisión Delegada ya estaba en Valencia, capital de emergencia desde la que autorizó la edición. Era demasiada osadía copiar este título señero.

Más tarde, en el silencio respetuoso que siguió al recuerdo de tanta dignidad, se nos apareció la *Margarita.* No era para nosotros la perla del molusco, ni la mariposa gigante varada en el cordón isleño del Caribe, era la flor común, sencilla y popular. Buena idea una flor para Chicho, la flor de la duda bivaluada, para que vaya arrancando pétalos: Logroño, Zaragoza, Logroño, Zaragoza,… y en el centro la corola de brillante amarillo canario. Una flor gastada por la duda y recompuesta pétalo a pétalo por los amigos. Buena idea, pero la gente a la que hemos contado esta explicación no ha querido creerla, dicen que es un invento demasiado literario, incluso cursi. Necesitábamos una explicación más creíble por los colegas, más científica, una copia como la fallida de Barinaga o similar, que no hay nada más científico que copiar a un clásico. Encontramos al clásico entre los papeles que pueblan la mesa en función de los reclamos del momento, entre ellos los referidos al Año Mundial de las Matemáticas que nos ocupó durante el 2000. Había un proyecto, por entonces recién abortado, que pretendía instalar en el Monasterio de San Millán de la Cogolla, en una porción del recorrido seguido por los numerosos visitantes que admiran el recinto desde patrones «de letras», una exposición que mostrara la riqueza de la biblioteca monacal en obras de matemáticas.

Entre los libros seleccionados estaba *Margarita Philosophica*, del cartujo alemán Reisch de Friburgo. Es un libro de texto renacentista (primera edición de 1503) de contenido elemental enciclopédico: trivium, quadrivium, filosofía natural y filosofía moral. El ejemplar del Monasterio riojano pertenece a la edición de 1535 realizada en Basilea por Oroncio Fineo —que ya había realizado otra en 1523, lo que da idea de la popularidad del libro— y cuenta con varios opúsculos añadidos por otros autores. Se le reconoce valor histórico como texto para la enseñanza humanista de la época, pero es muy conocido sobre todo porque sus ilustraciones, que separan las diferentes partes de la obra, se reproducen todavía hoy con frecuencia. La más repetida entre los matemáticos es la que representa a la deidad Aritmética, flanqueada por los nombres de Pitágoras y Boecio, presenciando un envite entre un clásico calculista con ábaco y otro moderno que usa el algoritmo árabe. Escuchada desde el olvidado latín, *Margarita* suena a perla, que tampoco es mal regalo, pero la gema pierde ante la flor en el oír vulgar. Concluyamos que hemos copiado a Reisch —humanismo clásico— en el sustantivo y a Barinaga —humanismo contemporáneo— en el adjetivo; una copia que no ha sido un simple calco, sino una composición hecha con hermosos fragmentos de historia. Éste es nuestro último argumento sobre el título.

Solventado este asunto, surgió otro no previsto. De pronto, nos dimos cuenta de que los trabajos tenían que aparecer en hilera, como los teoremas de Euclides, y no sabíamos qué método utilizar. Podíamos usar el orden alfabético con sus diversas variantes, el orden de recepción, el de incorporación definitiva al elenco después de la revisión en su caso, por universidades, por temas, ordenados a su vez por... Observamos que disponíamos precisamente de cincuenta y dos artículos y se nos ocurrió hacer con ellos una baraja.

Recordamos las intensas partidas de naipes que se jugaban años atrás en el «Bar Petit» de Zaragoza, otro establecimiento, con superficie pareja a su nombre, en la ya mencionado cruce de calles. Lo frecuentaban desde el joven Chicho hasta el veterano Sr. Cuartero, junto con otros guiñoteros de similar talento. De modo que tenía mucho sentido en nuestro caso recurrir al naipe. Además, alguien nos indicó, con toda cautela, que Chicho usaba procedimientos similares, incluso menos técnicos, cuando había que sortear personas según la normativa para ciertas tareas departamentales. Esta fase de la preparación del libro sucedió en agosto, cuando los tahúres estaban de vacaciones, pero al fin encontramos uno que barajaba con primor. Ante una lista de artículos más o menos por orden de aparición, el experto separó y juntó las cartas como una máquina automática hasta dejarlas en un orden impensable, pero que a fin de cuentas tenía la misma probabilidad que cualquier otro. De este modo se asignó en biyección una carta a cada trabajo. Luego, el experto volvió a lucir sus manos para producir el ordenamiento final. Que nadie pregunte cuál era su carta, todos los materiales del sorteo —excepto el tahúr— han sido eliminados sin dejar rastro. Créannos, por favor, ha sido el azar, pero Chicho se alegrará cuando vea a su querido Javier Otal al frente de la lista.

Vamos ya terminando. Hace poco más de un año comenzaba a circular por la red la convocatoria abierta hasta la primavera, era un periodo de espera incierta pero confiada. Pronto fueron llegando colaboraciones y se inició el trajín propio de la edición. El resultado ha sido hermoso: cincuenta y dos trabajos con un total de más de cien autores. Muchas de las contribuciones son, claro, de Análisis Matemático, pero también de otras parcelas diversas de la matemática. Desde luego hay una buena representación de las tres universidades más íntimas de Chicho, pero casi todo el mapa universitario y matemático nacional está reflejado. Algunas colaboraciones pertenecen a autores de América Latina y de Europa del Este, lo que refleja una crianza ideológica y un sesgo afectivo de Chicho. También será muy de su agrado la presencia de profesores de instituto allegados a la universidad y, como todos los demás, a él mismo. Allí está Mari Carmen, siempre atenta también a las cosas matemáticas de Chicho. No está Zenaida, que es bióloga y tecnóloga de alimentos; pero, mientras se preparaba este libro, ella realizó con brillantez un trabajo de doctorado sobre la ecología de las infecciones, en el que manejó las ecuaciones de la depredación con la destreza propia de su estirpe. La obra tiene un contenido muy variado, así fue concebida, como un mosaico muy abierto del entorno matemático de Chicho. A nuestra *Margarita*, plantada en otoño, le brotaron por primavera más de cincuenta pétalos. Agradecemos mucho la labor de los jardineros. Pero que no se nos olvide mencionar que la respuesta recibida superó nuestras previsiones, en número de trabajos y de páginas. Nos reconocemos culpables de minusvalorar el poder atractivo del imán Chicho.

También superó el grueso volumen las previsiones presupuestarias. Al Rector anterior que autorizó el proyecto, Urbano Espinosa, y a la actual Rectora, Carmen Ortiz, que no ha vacilado en mantenerlo, gracias sinceras por su apoyo. También a María Teresa Pinillos, la Vicerrectora responsable de las publicaciones en ambos equipos de gobierno, y a todos los que han intervenido.

Hemos terminado el encargo que el Departamento nos hizo a instancias de su Director, a su juicio y al de todos los involucrados nos sometemos. El buen oficio de la imprenta hará el resto, para que el volumen aparezca cuando la Universidad de La Rioja prepara la conmemoración de su X Aniversario. Así, como hemos contado, se ha hecho el libro que el lector tiene en sus manos, una obra trabajada con el corazón y la cabeza. Brillante como una perla, la *Margarita* se dejará ver en público antes de fin de año. Será un libro bueno, para muchas lecturas diferentes, ninguna de cabo a rabo. También para sostenerlo simplemente mientras la nostalgia nos acerca la sonrisa de Chicho. Él ha estado presente a lo largo de todo el trabajo, en los momentos de tarea rutinaria, cuando la emoción ha humedecido la pluma, o cuando la hemos mojado en el tintero del humor. Nos acompañará en todas las circunstancias, prendido en el entramado de nuestros recuerdos, igual cuando estemos con el ceño apretado ante un pizarrón que cuando el vino y la guitarra nos tomen cautivos.

Publicaciones de investigación de Chicho

[1] J. J. Guadalupe, Subespacios invariantes en $L^p(\mu)$ sobre el toro, en *Actas de las VII JMHL* (Sant Feliu de Guíxols, 1980), *Publ. Sec. Mat. Univ. Autònoma Barcelona* **21** (1980), 191–194.

[2] J. J. Guadalupe, *Clausura en $L^p(\mu)$ de los polinomios analíticos sobre la circunferencia unidad*, Tesis Doctoral, Publicaciones de la Universidad de Zaragoza, 1980.

[3] J. J. Guadalupe y J. Vinuesa, Una condición adicional al teorema de equivalencia de las fórmulas fundamentales para sucesiones reales de polinomios ortogonales, *Rev. Acad. Cienc. Zaragoza (2)* **36** (1981), 53–56.

[4] J. J. Guadalupe, Invariant subspaces in $L^p(w)$, $(0 < p < \infty)$, *Rev. Acad. Cienc. Zaragoza (2)* **37** (1982), 11–14.

[5] J. J. Guadalupe y J. L. Rubio de Francia, Some problems arising from prediction theory and a theorem of Kolmogorov, *Collect. Math.* **33** (1982), 249–257.

[6] J. J. Guadalupe, Invariant subspaces and H^p spaces whit respect to arbitrary measures, *Boll. Un. Mat. Ital. B (6)* **1** (1982), 1067–1077.

[7] J. J. Guadalupe y M. L. Rezola, Clausura de polinomios y subespacios invariantes en $L^p(\mu)$, en *Contribuciones matemáticas en honor de Luis Vigil*, Universidad de Zaragoza, Zaragoza (1984), 203–212.

[8] J. J. Guadalupe y M. L. Rezola, Simply invariant subspaces in $L^p(\Gamma,\mu)$, en *II Simposium de Polinomios Ortogonales y Aplicaciones* (Jaca, 1984), Universidad de Zaragoza, Zaragoza (1985), 81–87.

[9] M. Alfaro, M. P. Alfaro, J. J. Guadalupe y L. Vigil, Correspondance entre suites de polynômes ortogonaux et fonctions de la boule unité de $H_0^\infty(D)$, *Lecture Notes in Math.* **1171** (1985), 158–163.

[10] J. J. Guadalupe y M. L. Rezola, Closure of analytic polynomials in weighted Jordan curves, *Lecture Notes in Math.* **1171** (1985), 204–210.

[11] J. J. Guadalupe y M. L. Rezola, Valores frontera de H^p en dominios planos con pesos, en *III Simposium sobre Polinomios Ortogonales y Aplicaciones* (Segovia, 1985), Univ. Politéc. Madrid, Madrid (1986), 117–122.

[12] M. A. Hernández y J. J. Guadalupe, Productos infinitos de tipo Cardano, en *Actas de las XII JMHL* (Braga, 1987), Univ. Minho, Braga (1987), vol. II, 359–364.

[13] J. J. Guadalupe y M. L. Rezola, The conjugate function in plane curves, *Canad. Math. Bull.* **31** (1988), 147–152.

[14] J. J. Guadalupe y M. A. Hernández, Cardano type entire functions, *Extracta Mathematicae* **3** (1988), 98–101.

[15] J. J. Guadalupe, M. Pérez, F. J. Ruiz y J. L. Varona, Convergencia en media de la serie de Fourier respecto de polinomios asociados a la medida $(1-x)^\alpha(1+x)^\beta\,dx + M\delta_{-1} + N\delta_1$, en *V Simposium sobre Polinomios Ortogonales y Aplicaciones* (Vigo, 1988), Universidad de Santiago, Vigo (1989), 91–99.

[16] J. J. Guadalupe, M. Pérez y J. L. Varona, Mean and weak convergence of some orthogonal Fourier expansions by using A_p theory, *Lect. Notes Pure Appl. Math.* **117** (1989), 161–169.

[17] J. J. Guadalupe, M. Pérez, F. J. Ruiz y J. L. Varona, L^p-boundedness of the kernels relative to generalized Jacobi weights, en *VI Simposium sobre Polinomios Ortogonales y Aplicaciones* (Gijón, 1989), Universidad de Oviedo, Gijón (1990), 168–178.

[18] J. J. Guadalupe y J. Vinuesa, Convergencia de los núcleos para polinomios ortogonales sobre un recinto con pesos, en *Actas de las XIV JMHL* (Puerto de la Cruz, 1989), Univ. La Laguna, La Laguna (1990), vol. I, 389–393.

[19] J. J. Guadalupe, M. Pérez y J. L. Varona, Weak behaviour of Fourier-Jacobi series, *J. Approx. Theory* **61** (1990), 222–238.

[20] J. J. Guadalupe, M. Pérez, F. J. Ruiz y J. L. Varona, Weighted L^p-boundedness of Fourier series with respect to generalized Jacobi weights, *Publ. Mat.* **35** (1991), 449–459.

[21] J. J. Guadalupe, M. Pérez, F. J. Ruiz y J. L. Varona, Two notes on convergence and divergence a.e. of Fourier series with respect to some orthogonal systems, *Proc. Amer. Math. Soc.* **116** (1992), 457–464.

[22] J. J. Guadalupe, M. Pérez y J. L. Varona, Weighted weak behaviour of Fourier-Jacobi series, *Math. Nachr.* **158** (1992), 161–174.

[23] J. J. Guadalupe, J. M. Gutiérrez, M. Pérez, F. J. Ruiz y J. L. Varona, Convergencia y sumabilidad de desarrollos ortogonales, *Zubía* **10** (1992), 185–189.

[24] J. J. Guadalupe, M. Pérez, F. J. Ruiz y J. L. Varona, Asymptotic behaviour of orthogonal polynomials relative to measures with mass points, *Mathematika* **40** (1993), 331–344.

[25] J. J. Guadalupe, M. Pérez, F. J. Ruiz y J. L. Varona, Mean and weak convergence of Fourier-Bessel series, *J. Math. Anal. Appl.* **173** (1993), 370–389.

[26] J. J. Guadalupe, M. Pérez, F. J. Ruiz y J. L. Varona, Endpoint weak boundedness of some polynomial expansions, *J. Comput. Appl. Math.* **49** (1993), 93–102.

[27] J. J. Guadalupe, M. Pérez, F. J. Ruiz y J. L. Varona, Weighted morm inequalities for polynomial expansions associated to some measures with mass points, *Constr. Approx.* **12** (1996), 341–360.

[28] J. J. Guadalupe, M. Pérez y F. J. Ruiz, Estimates for commutators of orthogonal Fourier series, *J. London Math. Soc. (2)* **54** (1996), 311–322.

[29] J. J. Guadalupe y M. Pérez, Perturbation of orthogonal Fourier expansions, *J. Approx. Theory* **92** (1998), 294–307.

[30] M. Bello, F. Cala, J. J. Guadalupe y G. López Lagomasino, Convergence rate of Padé-type approximants for Stieltjes functions, *J. Comput. Appl. Math.* **99** (1998), 47–53.

[31] J. J. Guadalupe, M. Pérez y J. L. Varona, Commutators and analytic dependence of Fourier-Bessel series on $(0,\infty)$, *Canad. Math. Bull.* **42** (1999), 198–208.

[32] Ó. Ciaurri, J. J. Guadalupe, M. Pérez y J. L. Varona, Mean and almost everywhere convergence of Fourier-Neumann series, *J. Math. Anal. Appl.* **236** (1999), 125–147.

[33] Ó. Ciaurri, J. J. Guadalupe, M. Pérez y J. L. Varona, Solving dual integral equations on Lebesgue spaces, *Studia Math.* **142** (2000), 253–267.

[34] M. Benito y J. J. Guadalupe, Dibujando mediante iteraciones, *Números* **42** (2000), 15–28.

[35] J. J. Guadalupe y V. I. Kolyada, A transplantation theorem for ultraspherical polynomials at critical index, *Studia Math.* **147** (2001), 51–72.

[36] M. Bello, B. de la Calle y J. J. Guadalupe y G. López Lagomasino, Asymptotics for Stieltjes polynomials, Padé-type approximants and Gauss-Kronrod quadrature, *J. Anal. Math.*, por aparecer.

[37] M. Bello, J. J. Guadalupe y J. L. Varona, The zero distribution of orthogonal polynomials with respect to varying measures on the unit circle, pendiente de publicación.

Los editores
Logroño, noviembre de 2001