Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 324, 2005 г.

А. П. Крауклис, П. В. Крауклис

ВЫДЕЛЕНИЕ ФЛЮИДО–НАСЫЩЕННЫХ ТРЕЩИН ПРИ АКУСТИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЯХ НА ТРУБНЫХ ВОЛНАХ

Выделение и картирование трещин в коллекторах углеводородов является важной задачей промысловой геофизики. Однако оценка in-situ свойств трещинно-пористых формаций сталкивается с большими трудностями, которые пытаются устранить средствами акустических измерений на трубных волнах. Имеется ряд статей (см., например, [1–2]), посвященных взаимодействию трубных волн в скважине с флюидо-заполненными трещинами. В них при упрощающих предположениях была построена серия моделей, которые предполагалось использовать для интерпретации результатов измерений коэффициентов отражения, преломления и конверсии трубной волны на трещине. Там же указывалось на большую зависимость коэффициента отражения трубной волны от толщины трещины. К упрощающим предположениям относились, например, отсутствие зонда в скважине, одинаковость по упругим свойствам полупространств, разделенных трещиной, и отсутствие учета пористости заполнителя трещины. В рассматриваемой нами модели все эти факторы учитываются. В ней трубная волна распространяется по цилиндрическому жидкому кольцу, находящемуся между стенками скважины и зондом. Дисперсия фазовой и групповой скоростей трубной волны ранее была изучена в работе [3]. В низкочастотном приближении (ширина кольцевого зазора много меньше длины волны $\Delta r << \lambda$) скорость трубной волны пропорциональна $\sqrt{\Delta r}$. Рассматриваемая трещина представляет собой пачку чередующихся тонких жидких и твердых слоев, а в частном случае просто жидкий слой. Способ решения задачи аналогичен подходу, изложенному в работах [1,2].

Известно, что в акустической среде распространение волн

Работа поддержана грантами 05-01-00936, 05-05-65-301.

описывается уравнением Эйлера

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla p = 0, \tag{1}$$

и уравнением неразрывности

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \lambda \operatorname{div} \vec{v} = 0, \tag{2}$$

где p – давление, $\vec{v}$ – скорость, $\lambda = \rho v^2$ – модуль всестороннего сжатия, ρ – плотность среды.

Исключая вектор скорости $\vec{v}$ из уравнений (1) и (2), получаем волновое уравнение для p:

$$\Delta p - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0. \tag{3}$$

Если предположить, что зависимость p от времени имеет вид $p = Pe^{-i\omega t}$, уравнение (3) запишется как

$$\Delta P + k^2 P = 0, \quad k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi f}{v}. \tag{4}$$

Далее будем рассматривать частоты трубных волн ниже частот отсечек высоких мод в кольцевом зазоре. Вследствие этого давление может считаться однородным по сечению зазора $(r_1 < r < r_2)$. Рассматриваемая модель, изображенная на рис. 1, состоит из скважины с прибором (0) и с жидким кольцом (1), пересекаемой трещиной, заполненной жидкостью или пористым материалом и разделяющей два одинаковых или различных по упругим параметрам полупространства. Давление в кольцевом зазоре ниже и выше трещины представим в виде

$$\begin{aligned} P(\omega) &= e^{ik_{t3}z} + R(\omega)e^{-ik_{t3}z}, \quad z < 0, r_1 < r < r_2, \\ P(\omega) &= T(\omega)e^{ik_{t2}z}, \quad z > 0, r_1 < r < r_2, \end{aligned} \tag{5}$$

где $R(\omega)$ есть коэффициент отражения, $T(\omega)$ – коэффициент преломления, $k_{ti} = \omega/v_{ti}$ $(i = 2, 3)$ волновое число в i-ой среде.

В трещине мы рассматриваем осесимметричное решение волнового уравнения, не зависящее от z:

$$P(\omega) = Q(\omega) H_0^{(1)}(k_r r), \quad r > r_2 \tag{6}$$

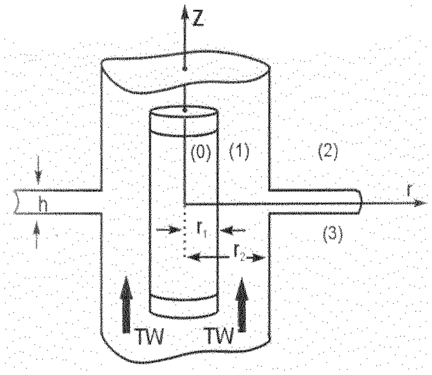


Рис. 1.

где $Q(\omega)$ коэффициент конверсии трубной волны в медленную волну в слое, $H_0^{(1)}(k_r r)$ – функция Ханкеля первого рода, $k_r = \omega/v_e$, v_e – скорость медленной волны. На плоскости $z = 0$ выполняются условия непрерывности давления

$$1 + R(\omega) = T(\omega) = Q(\omega) H_0^{(1)}(k_r r_2), \tag{7}$$

и непрерывности объемов втекающей и вытекающей жидкостей

$$(1 - R(\omega))\pi(r_2^2 - r_1^2)k_{t3} = T(\omega)k_{t2}\pi(r_2^2 - r_1^2) + 2\pi i r_2 h Q H_1^{(1)}(k_r r_2) k_r, \tag{8}$$

где r_2 – радиус скважины, r_1 – радиус прибора, h – толщина трещины. Решениями уравнений (7)–(8) для амплитуд коэффициентов являются

$$|R(w)| = \left| \frac{c(k_{t3} - k_{t2}) - q k_r H_1^{(1)}(x)/H_0^{(1)}(x)}{c(k_{t3} + k_{t2}) + q k_r H_1^{(1)}(x)/H_0^{(1)}(x)} \right|, \tag{9}$$

$$|T(\omega)| = \left| \frac{2 c k_{t3}}{c(k_{t3} + k_{t2}) + q k_r H_1^{(1)}(x)/H_0^{(1)}(x)} \right|, \tag{10}$$

$$|Q(\omega) = \left| \frac{2 c k_{t3}}{c(k_{t3} + k_{t2}) H_0^{(1)}(x) + q k_r H_1^{(1)}(x)} \right|, \tag{11}$$

где $x = k_r r_2$, $c = \pi(r_2^2 - r_1^2)$, $q = 2\pi r_2 h i$.

В частном случае жидкозаполненной трещины, находящейся между одинаковыми полупространствами, формулы (9)–(11) совпадают с формулами (4а), (4в) работы [1].

Выражение для скорости v_t трубной волны в жидкости, заполняющей кольцо между стенками прибора и скважины, было получено в работе [3]

$$v_t = \tau_{\min} b_0, \tag{12}$$

где $\tau^2_{\min}$ является наименьшим корнем квадратного уравнения

$$a(\tau^2)^2 + b\tau^2 + d = 0, \tag{13}$$

в котором

$$a = \rho_{1i}\delta_i^2(1-\gamma_0^2) + \rho_{10}\gamma_0^2 x + (1-x)(1-\gamma_0^2)\gamma_1^2,$$

$$b = \{\rho_{10}x + (1-x)(1-\gamma_0^2) + (1-x)\gamma_1^2(3-4\gamma_0^2) + \rho_{1i}\delta_i^2(3-4\gamma_0^2)\},$$

$$d = (1-x)(3-4\gamma_0^2), \rho_{1i} = \rho_1/\rho_i, \rho_{10} = \rho_1/\rho_0, \delta_i = b_0/b_i,$$

$$\gamma_0 = \frac{b_0}{a_0}, \gamma_1 = \frac{b_0}{a_1}, x = r_1^2/r_2^2, i = 2, 3,$$

a_i, b_i и ρ_i есть продольная и поперечная скорости и плотность в i-ом полупространстве.

В работах [4–5] были получены формулы для скорости (v_e) медленной волны, распространяющейся в трещине, заполненной жидкостью или пористым материалом с пористостью ε.

Для модели трещины, находящейся между одинаковыми полупространствами ($i = 2$), скорость равна

$$v_e = \left(\frac{(1-\gamma_2^2)\rho_2\varepsilon}{\rho_1}\right)^{1/3}(\omega h)^{1/3} b_2^{2/3} \tag{14}$$

В случае модели с различными полупространствами скорость равна

$$v_e = \left\{\frac{2(1-\gamma_2^2)(1-\gamma_3^2)b_2^2 b_3^2\varepsilon}{\rho_{13}b_2^2(1-\gamma_2^2) + \rho_{12}b_3^2(1-\gamma_3^2)}\right\}^{1/3}(\omega h)^{1/3}, \tag{15}$$

где $\gamma_2 = \frac{b_2}{a_2}$, $\gamma_3 = \frac{b_3}{a_3}$.

По формулам (9)–(11) с использованием (12)–(15) были рассчитаны коэффициенты $R(\omega)$, $T(\omega)$ и $Q(\omega)$ для моделей скважины с прибором и без него. На рис. 2–3 представлены амплитуды коэффициентов для скважины без прибора и двух значений пористости $\varepsilon = 1$ (трещина с водой) и $\varepsilon = 0.2$. При этом

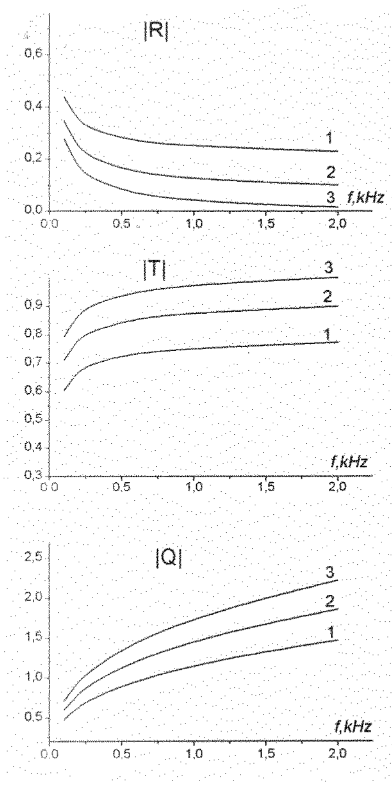


Рис. 2.

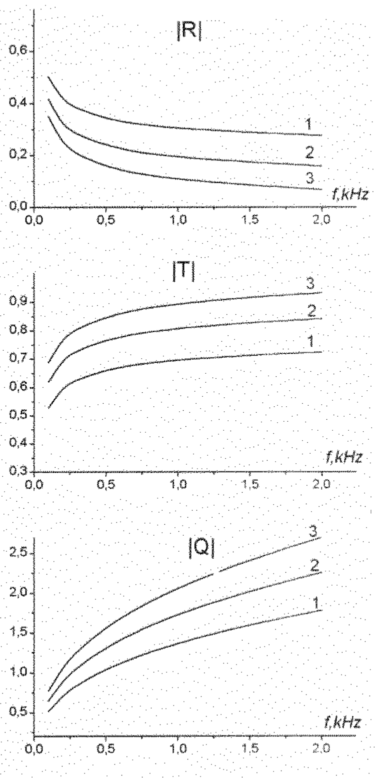


Рис. 3.

Рис. 2. Модули коэффициентов отражения R, преломления T и конверсии Q трубной волны как функции частоты f в скважине без прибора при различных значениях параметров полупространства 3 и пористости $\varepsilon = 1.0$.

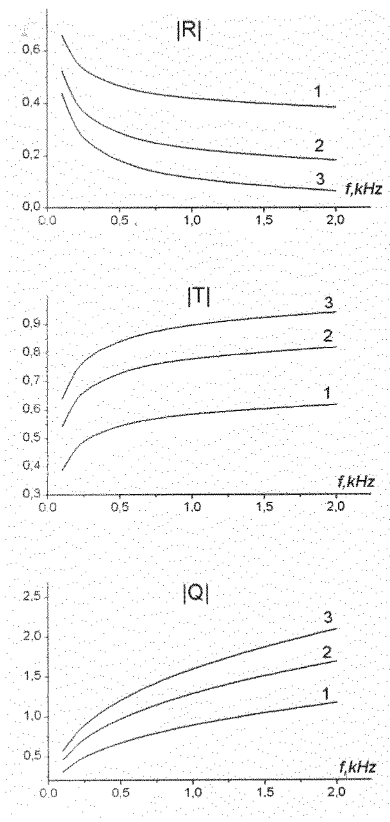
Параметры модели: r =10 см. $a = 5.2$, $b_0 = 3.0$ км/с, $\rho_0 = 6.5$ г/см^3, $a_1 = 1.5$ км/с, $\rho_1 = 1.0$ г/см^3, $a_2 = 2.5$, $b_2 = 1.0$ км/с, $\rho_2 = 2.0$ г/см^3, $h = 0.5$ см.

1 – $a_3 = 4.0, b_3 = 2.0$ км/с, $\rho_3 = 3.0$г/см^3

2 – $a_3 = 2.5, b_3 = 1.0$ км/с, $\rho_3 = 2.0$ г/см^3

3 – $a_3 = 1.8, b_3 = 0.8$ км/с, $\rho_3 = 1.5$ г/см^3.

Рис. 3. То же, что на рис. 2 при $\varepsilon = 0.2$.



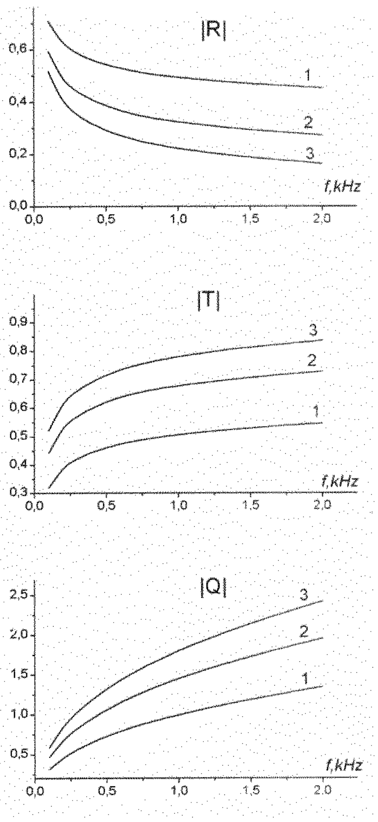


Рис. 4. Рис. 5..

Рис. 4. То же, что на Рис. 2 при наличии прибора с радиусом $r_1 = 8$ см.
Рис. 5. То же, что на Рис. 3 при наличии прибора с радиусом $r_1 = 8$ см.

фиксировались упругие константы полупространства (2) и менялись константы полупространства (3), из которого на трещину падает волна. При таком рассмотрении удается на одном рисунке построить кривые, характеризующие переход волны из высокоскоростной среды в низкоскоростную и из низкоскоростной в высокоскоростную. Средняя кривая соответствует модели трещины между одинаковыми полупространствами (эти вычисления совпадают с результатами, полученными в работе [2]). При прохождении волны из высокоскоростной среды в низкоскоростную $|R(\omega)|$ значительно увеличивается по сравнению с моделью трещины, находящейся между одинаковыми средами, модули же $|T(\omega)|$ и $|Q(\omega)|$ уменьшаются. При движении волны из низкоскоростной среды в высокоскоростную поведение коэффициентов обратное: $|R(\omega)|$ уменьшается, $|T(\omega)|$ и $Q(\omega)|$ увеличиваются. При уменьшении пористости коэффициенты $|R|$ незначительно увеличивается, $|T|$ уменьшается, а $|Q|$ заметно растет. Кривые на рис. 4–5 характеризуют заметное влияние прибора на поведение коэффициентов R, T и Q. Коэффициент отражения R возрастает при всех вариантах соотношений скоростей, T уменьшается, а Q резко уменьшается. Наконец, кривые на рис. 5 отражают влияние понижения пористости на R, T и Q для скважины с прибором, которое сводится к увеличению R, снижению T и небольшому росту Q.

Заключение. В общей постановке в рамках низкочастотного приближения решена задача об отражении, прохождении и конверсии трубной волны в открытой скважине и в скважине с прибором, пересеченных трещиной, находящейся между одинаковыми и разными по упругим свойствам полупространствами.

Литература

1. B. E. Hornby, D. L. Johnson, K. W. Winkler, R. A. Plymb, *Fracture evaluation using reflected Stoneley-wave arrivals.* — Geoplysics, **54** (1989), 1274–1288.
2. S. Kostek, D. L. Johnson, K. W. Winkler, B. E. Hornby, *The interaction of tube waves with borehole fractures, Part II.*. — Analytical models, Geophysics, **63** (1998), 809–815.
3. П. В. Крауклис, Л. А. Крауклис, *О дисперсии гидроволн в цилиндрическом кольце.* — Динамическая теория распространения сейсмических волн, **XVI** (1976), 54-60.
4. П. В. Крауклис, Г. М. Голошубин, Л. А. Крауклис, *Низкоскоростная волна в слое жидкости, моделирующем нефтяной пласт.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ, **203** (1992), 101–112.
5. П. В. Крауклис, Г. М. Голошубин, Л. А. Крауклис, *Медленная волна в слое с конечной пористостью.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ, **210** (1994), 146–153.

Krauklis A. P. and Krauklis P. V. Evaluation of fluid-filled fractures during acoustic measurements on the tube waves.

Problem of reflection, transmission and conversion of tube wave at the fracture intersecting a borehole is investigated. We consider a case, when the acoustic tool is placed inside a borehole and the fracture divides two different elastic half-spaces and filled by a porous material.

С.-Петербургское отделение
Математического института
им. В. А. Стеклова РАН

Поступило 20 мая 2005 г.