Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 324, 2005 г.

Н. Я. Кирпичникова, В. Б. Филиппов, С. Ю. Фадеева

КОМБИНИРОВАННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПОЛЯ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА В ПОВЕРХНОСТНОМ ВОЛНОВОДЕ

При решении асимптотическими методами задач дифракции и распространения волн в сложных неоднородных средах часто возникает проблема описания полей в областях фокусировки, где несправедлив традиционный лучевой (геометрооптический) подход. Как показывает практика, области фокусировки различного типа — часто встречающееся явление. Они реально существуют в ионосферных и тропосферных каналах радиосвязи, в подводных акустических каналах, в стекловолокне, в сейсмических средах и т.п. Это делает актуальной рассматриваемую в работе задачу детального описания поля в областях фокусировки.

Поле в областях фокусировки наиболее полно описывается в рамках методов построения асимптотических решений, использующих быстроосциллирующие интегралы [1] (В. П. Маслов) или метод параболического уравнения (ПУ) [2] (В. А. Фок, М. А. Леонтович), [3] (В. М. Бабич, В. С. Булдырев), [4] (В. С. Булдырев), [5]–[6] (И. А. Молотков). Авторы при решении будут использовать вторую группу методов, а именно, метод пограничного слоя (ПУ) [2]–[6], [7] (В. М. Бабич, Н. Я. Кирпичникова) и комбинированный метод [8]–[9] (В. Б. Филиппов).

Ряд интересных особенностей возникает при расположении излучателя волн на поверхности, когда возникает так называемый поверхностный волновод (в акустике и сплошных средах — звуковой канал). Если скорость распространения волн в среде растет с глубиной, то лучи, выходящие из излучателя под малым углом скольжения, распространяются путем многократных отражений от поверхности. Если поверхность гладкая, то эти лучи удерживаются в пределах поверхностного волновода (канала) и обуславливают волноводное распространение. Напомним, что

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ) (грант 05-01-00936).

углом скольжения называется угол, составленный лучом с касательной плоскостью к поверхности среды.

В настоящей статье применим комбинированный асимптотический метод и метод пограничного слоя к исследованию задачи распространения волн от точечного источника колебаний в приповерхностном волноводе. Рассмотрим эталонную задачу: среда двумерная, поверхность среды – прямая, скорость растет линейно с глубиной и имеет минимум на поверхности. На поверхности среды задан точечный источник для граничных условий Дирихле. Решение задачи будет представлено в виде конечных сумм отщепленных волн геометрооптической природы (их число равно M) и нормальных волн типа "шепчущей галереи" (их число равно N), а также остатка R_{MN} в виде интеграла. Найдены условия на числа M, N, для которых подинтегральное выражение в R_{MN} убывает. Относительный вклад остатка R_{MN} в общую величину поля в волноводе убывает при удалении от источника.

1. Постановка задачи. Асимптотическое решение..

В математическом отношении задача состоит в решении уравнения Гельмгольца

$$[\Delta + k^2 n^2(z)]U(x,z) = 0, \quad kn(z) = \frac{\omega}{c(z)}, \quad z < 0, \tag{1.1}$$

для краевых данных Дирихле

$$U(x,z)|_{z=0} = -\delta(x), \tag{1.2}$$

и условии излучения на бесконечности

$$\lim_{r\to\infty} \sqrt{r}\left(\frac{\partial U}{\partial r} - ikU\right) = 0. \tag{1.3}$$

Здесь $r = \sqrt{x^2+z^2}$, скорость $c(z)$ имеет минимум на границе, $c'_z(0) < 0$.

Известно, что главный член асимптотики решения при $z, s = O(k^{-1+\varepsilon})$, $\varepsilon > 0$, равен

$$U^{(1)}(\mathbf{x},k) = \frac{i}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp\{ik(\alpha x + \sqrt{1-\alpha^2}|z|)\}}{\sqrt{1-\alpha^2}}\big[1 + O(z, \frac{1}{k})\big]\, d\alpha, \tag{$*$}$$

где $\mathbf{x} = (z,x)$, контур интегрирования обходит точку $\alpha = 1$ снизу, точку $\alpha = -1$ — сверху, а разрезы, проведенные из точек $\alpha = \pm 1$ ветвления, задаются уравнениями $\operatorname{Re}\alpha = \pm 1$, $\operatorname{Im}\alpha \gtrless 0$.

Пусть z и x таковы, что $kx \gg 1$, $|z|/x \ll 1$. Тогда существенной областью интегрирования в (*) будет окрестность точки $\alpha = 1$. Производя в этой окрестности замену переменной интегрирования

$$1 - \alpha^2 = -\frac{2}{kx}\zeta,$$

получим для функции $U^{(1)}$ формулу

$$U^{(1)} = \frac{i}{2\sqrt{2}\pi}\frac{e^{ikx}}{kx}\int\limits_{e^{-i(\pi+\delta)}\infty}^{\infty} \exp\left\{i\zeta - |\mu|\sqrt{\zeta}\right\}\left[1 + O(n, \frac{1}{kx})\right] d\zeta, \quad (**)$$

где

$$\mu = kz\sqrt{\frac{2}{kx}}, \quad 0 < \delta < \frac{\pi}{2},$$

контур интегрирования обходит точку $\zeta = 0$ снизу.

Известно [2]–[7], что в пограничной полосе по z в окрестности точки минимума скорости $z = 0$ может концентрироваться некоторая серия волн. Это волны, соответствующие так называемым поверхностным волнам. Угол скольжения этих волн настолько мал, что лучевой метод не применим для нахождения таких волн. Поверхностные волны испытывают большое число отражений от границы и интерферируют друг с другом. В результате чего возникает сложное волновое поле. Причем, при $z > 0$ сосредотачиваются волны соскальзывания U^+, при $z < 0$ соответственно волны шепчущей галереи U^- Они получены асимптотическим методом ПУ.

Функции $U^{\pm}$ имеют следующие выражения:

при $z > 0$

$$U^+(x, z, k) = \frac{i\psi^2\sqrt{\psi}2^{2/3}}{4\pi k^{2/3}}e^{ikx}\int\limits_{\infty e^{i(\pi-\delta)}}^{\infty e^{i\varepsilon}} e^{i\sigma\zeta}\,\frac{w_1(\zeta-\nu)}{w_1(\zeta)}\left[1 + O(k^{-1/3})\right] d\zeta, \tag{1.4}$$

при $z < 0$

$$U^-(x, z, k) = \frac{i\psi^2\sqrt{\psi}2^{2/3}}{4\pi k^{2/3}}e^{ikx}\int\limits_{\infty e^{-i2\pi/3}}^{\infty e^{i\pi/3}} e^{i\sigma\zeta}\left[\frac{v(\zeta-\nu)}{v(\zeta)} - \frac{w_2(\zeta-\nu)}{w_2(\zeta)}\right]\times$$

$$\times\left[1 + O(k^{-1/3})\right] d\zeta, \tag{1.5}$$

где

$$\psi^3 = \left(\frac{-c_z'(0)}{c(0)}\right) > 0,\ \sigma = \left(\frac{k}{2}\right)^{1/3} x\psi^2,\ \nu = k^{2/3}2^{1/3}\psi z,\ 0 < \varepsilon < \frac{\pi}{3},$$

$0 < \delta < 2\pi/3$, $w_{1,2}(\zeta)$ — первая и вторая функции Эйри, $v(\zeta)$ — интеграл Эйри. Функция U^+ (или U^-) является главным членом асимптотики при $z > 0$ (или $z < 0$) функции Грина с источником на границе $z = 0$ в задаче дифракции с минимумом скорости на поверхности .

Найдем асимптотику функций $U^\pm$ при $\sigma \to 0$. В интеграле (1.4) продеформируем контур интегрирования в нижнюю полуплоскость, заменив контур в окрестности начала координат на нижнюю полуокружность радиуса $R = 1/\sigma$.

На контуре интегрирования $|\zeta| \gg 1$. Считаем, что $\nu = O(1)$ при $k \to \infty$. Функцию Эйри в подынтегральном выражении заменим на ее асимптотику при $|\zeta| \to \infty$:

$$w_1(\zeta) = \zeta^{-1/4} \exp\left\{\frac{2}{3}\zeta^{3/2}\right\}\left[1 + O(\zeta^{-3/2})\right]$$

$$\big(-5\pi/3 + \varepsilon < \arg\zeta < \pi/3 - \varepsilon, \quad \varepsilon > 0\big)$$

(Регулярная ветвь радикала ζ^α задается условием $\arg\zeta^\alpha = \alpha\arg\zeta$).

Тогда получаем

$$U^+ = \frac{i\psi^2 2^{2/3}}{\sqrt{2}\,4\pi k^{2/3}\sigma} e^{ikx} \int\limits_{\infty e^{i(-\pi-\delta)}}^{\infty} \exp\left\{i\zeta - \mu\sqrt{\zeta}\right\} \left[1 + O(\sigma)\right] d\zeta,$$

где μ определяется формулой $\mu = kz\sqrt{\frac{2}{kx}}$, причем $\mu \sim \nu\sigma^{-1/2}$, $0 < \delta < \pi/2$, (см. формулу (**)). Аналогичную формулу (где вместо U^+, μ будет $U^-, -\mu$) можно получить и для функции U^-. Для этого нужно продеформировать контур интегрирования так, что для первого слагаемого (содержащего функцию $v(\zeta - \nu)/v(\zeta)$) он превратится в $\mathcal{L}_1$ и для второго слагаемого (содержащего выражение $w_2(\zeta - \nu)/w_2(\zeta)$) совпадает с $\mathcal{L}_2$ (см. рис. 1).

Поскольку на контурах интегрирования $|\zeta| \gg 1$ $(\nu = O(1))$, функции Эйри можно заменить на их асимптотики при $|\zeta| \to \infty$

$$v(\zeta) = \frac{1}{2}\zeta^{-1/4} \exp\left\{ -\frac{2}{3}\zeta^{3/2}\right\}\left[1 + O(\zeta^{-3/2})\right],$$

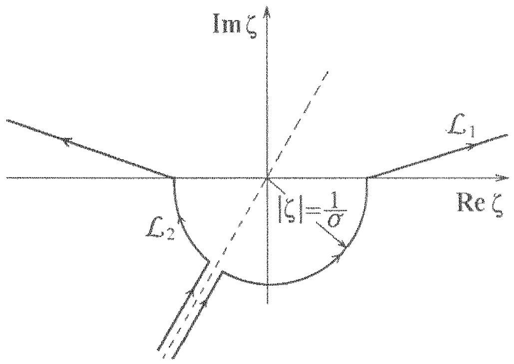

Рис. 1.

$$(-\pi+\varepsilon<\text{арг}\,\zeta<\pi-\varepsilon),$$

$$w_2(\zeta)=-i\zeta^{-1/4}\exp\left\{-\frac{2}{3}\zeta^{3/2}\right\}\left[1+O(\zeta^{-3/2})\right],$$

$$(-7\pi/3+\varepsilon<\text{арг}\,\zeta<-\pi/3-\varepsilon).$$

Интеграл от функции U^- по той части контура интегрирования, где $\text{арг}\,\zeta=-2\pi/3$, $|\zeta|>\sigma^{-1}$, экспоненциально мал. Из сравнения формул видно, что функции $U^\pm$ совпадут с $U^{(1)}$ при $\sigma(x)\ll 1$, $z\gtrless 0$.

Следовательно, продолжение функции $U^{(1)}$ (см. формулу $(*)$) в область $\sigma(x)=O(1)$, $\nu(z)=O(1)$ (т.е. при $x=O(k^{-1/3})$, $z=O(k^{-2/3})$) имеет вид:

$$U^{(1)}=\begin{cases}U^+, & z>0,\\ U^-, & z<0,\end{cases}$$

Это поле создает на границе $z=0$ ток

$$\Psi^{(1)}(x,k)=\left.\frac{\partial U^+}{\partial z}\right|_{z=+0}-\left.\frac{\partial U^-}{\partial z}\right|_{z=-0}\sim\alpha e^{ikx}[G(\sigma)+\widetilde{G}(\sigma)],\qquad(1.6)$$

где

$$\alpha=\frac{\sqrt{\psi}}{2\sqrt{2}\,\pi i},$$

$$G(\sigma)=\int\limits_{\infty e^{-i2\pi/3}}^{\infty e^{i\pi/3}}\frac{e^{i\sigma\zeta}}{v(\zeta)w_2(\zeta)}\,d\zeta, \tag{1.7}$$

$$\widetilde{G}(\sigma)=\int\limits_{\infty e^{i(\pi-\delta)}}^{\infty e^{i\varepsilon}}\frac{w_1'(\zeta)e^{i\sigma\zeta}}{w_1(\zeta)}\,d\zeta,\;\; 0<\varepsilon<\frac{\pi}{3},\;\; 0<\delta<\frac{2\pi}{3}. \tag{1.8}$$

Пусть величина x такова, что $\sigma\gg 1$, тогда:

1) Функция $\widetilde{G}(\sigma)$ делается экспоненциально малой по σ. Действительно, поднимая контур интегрирования в верхнюю полуплоскость, убеждаемся, что

$$\widetilde{G}(\sigma)=O\left(\operatorname*{Res}_{\zeta=\zeta_1}\left[e^{i\sigma\zeta}\,\frac{w_1'(\zeta)}{w_1(\zeta)}\right]\right)=O(\exp\{-c_1\sigma\}), \tag{1.9}$$

где $c_1>0$, ζ_1 — первый корень уравнения $w_1(\zeta)=0$.

2) Существенная область интегрирования в интеграле $G(\sigma)$ охватывает значения $\zeta=O(\sigma^2)$, т.е. при $\sigma\gg 1$ интеграл $G(\sigma)$ начинает плохо сходится. Для улучшения сходимости применим метод, изложенный в гл. II книги [3]. Представим интеграл $G(\sigma)$ в виде суммы

$$G(\sigma)=\sum_{m=0}^{M-1}g_m(\sigma)+G_M(\sigma), \tag{1.10}$$

где

$$g_m(\sigma)=-2i\int\limits_{\infty e^{-i2\pi/3}}^{\infty e^{i\pi/3}}\frac{e^{i\sigma\zeta}}{w_2^2(\zeta)}\left(\frac{w_1(\zeta}{w_2(\zeta}\right)^m d\zeta, \tag{1.11}$$

$$G_M(\sigma)=\int\limits_{\infty e^{-i2\pi/3}}^{\infty e^{i\pi/3}}\frac{e^{i\sigma\zeta}}{v(\zeta)w_2(\zeta)}\left(\frac{w_1(\zeta}{w_2(\zeta}\right)^M d\zeta, \tag{1.12}$$

Если взять M равным

$$M=\mathrm{E}\left[\frac{\sigma(x)}{2}\big(k/\psi^3\big)^{-\varepsilon}\right],\quad 0<\varepsilon<\frac{1}{12}, \tag{1.13}$$

где как обычно $\mathrm{E}[x]$ — целая часть x, то будем иметь:

а) существенная область интегрирования в интеграле G_N сужается до величины $\zeta=O\big[(k/\psi^3)^{2\varepsilon}\big]$, б) интегралы g_m можно вычислить методом перевала, при этом главный член асимптотики оказывается равным

$$g_m(\sigma) \sim \sqrt{\pi}\, e^{i(2m+1)\pi/4} \frac{\sigma^{3/2}}{(m+1)^2} \exp\left\{ -\frac{i}{12} \frac{\sigma^3}{(m+1)^2} \right\}.$$

В монографии [3] и работах [8]-[9] сравнивается асимптотика слагаемого тока, содержащего функцию $g_m(\sigma)$, с асимптотикой тока, создаваемого m раз отраженной геометрооптической волной и показывается, что они в главных приближениях совпадают. Естественно в формуле для тока слагаемые с функциями g_m сразу заменить на геометрооптические токи. Тогда формула (1.6) при $\sigma \gg 1$ запишется следующим образом:

$$\Psi^{(1)}(x,k) = \sum_{m=0}^{N-1} \Psi_m(x,k) + \alpha\, e^{ikx}\, G_N(\sigma), \tag{1.14}$$

Для функции Ψ_m мы имеем выражение

$$\Psi_m(x,k) = \alpha e^{ikx} g_m(\sigma)[1+o(1)] = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{k}{i\pi}} \frac{e^{im\pi/2} x^{3/2} \psi^3}{(m+1)^2} \times$$
$$\times \exp\left\{ ik\left[x - \frac{x^3\psi^6}{24(m+1)^2} \right] \right\} [1+o(1)]. \tag{1.15}$$

Область применимости формулы (1.15) для функции Ψ_m совпадает с областью $\sigma \asymp m(k/\psi^3)^\varepsilon$, $0<\varepsilon<1/12$, т.е. при $x\psi^3 \ll 1$. Таким образом, формула (1.14) определяет первичный дифракционный ток на любых расстояниях x таких, что $k^{1/3}s\psi^2 \gg 1$ (напомним, что при $k^{1/3}s\psi^2 = O(1)$ асимптотика тока задается формулой (1.6)).

Зная асимптотику тока, асимптотика поля всюду может быть найдена из формулы Грина:

$$u(x,z,k) = -\frac{i}{4} \int_0^{x_0} \Psi(x,k) H_0^{(1)}(kR(x))\, dx,$$

где $R(x) = |\mathbf{x} - \mathbf{x}(x)|$, $\mathbf{x}(x) = (x,0)$, $\mathbf{x} = (x,z)$.

Предложенный комбинированный метод применим также для задачи Неймана и задачи с импедансным граничным условием, как для двумерных (цилиндрических), так и для трехмерных поверхностей. Метод позволяет находить дальнейшие приближения для тока.

2. Асимптотическое представление для тока..

Выражение (1.6) для дифракционного поля $\Psi^{(1)}$ вне окрестности источника может быть преобразовано к виду:

$$\Psi^{(1)} = \sum_{m=0}^{M-1} \Psi_m^{geom} + \sum_{n=0}^{N} \Psi_n^{norm} + R_{MN}, \tag{2.1}$$

где Ψ_m^{geom} — ток, возбужденный волной, испытавшей m отражений от границы $z = 0$, Ψ_n^{norm} — ток, связанный с n-ой нормальной волной (для условия Дирихле вычет в n-ом корне функции Эйри $v(\zeta)$). Наконец, в случае задачи Дирихле

$$R_{MN} = c_0 e^{ikx} \int\limits_{\mathcal{L}_N} \frac{e^{i\sigma\zeta}}{v(\zeta) w_2(\zeta)} \left[\frac{w_1(\zeta)}{w_2(\zeta)}\right]^M \left[1 + O\left(\frac{\psi}{k^{1/3}}\right)\right] d\zeta, \tag{2.2}$$

где величина

$$\sigma = \left(\frac{k}{2}\right)^{1/3} x\psi^2,$$

называется приведенной длиной, соотношения $\psi^3 = \frac{-c_z'(0)}{c(0)} > 0$, $c(z) = c(0) + zc_z'(0) + \ldots$, $z < 0$ выражают тот факт, что на поверхности тела (область, где $z < 0$) скорость растет с глубиной, имея минимум на границе $z = 0$. Контур интегрирования $\mathcal{L}_N$ изображен на рис. 2.

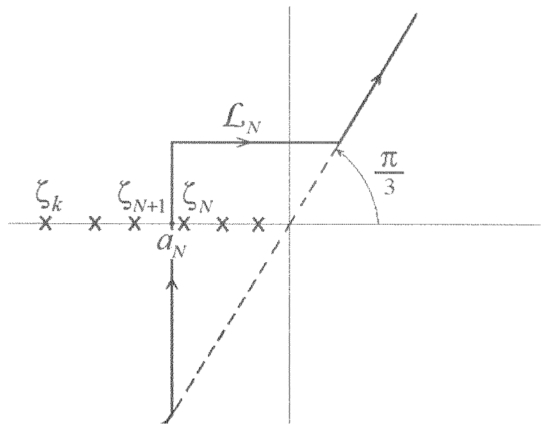

Рис. 2.

Количество отщепленных краевых геометрооптических волн M и нормальных волн N, а также величина a_N (координата точки пересечения контура $\mathcal{L}_N$ и вещественной оси) должны удовлетворять следующим условиям:

$$\zeta_{N+1} < a_N < \zeta_N, \quad -\left(\frac{\sigma}{2M}\right)^2 < a_N < -\left(\frac{\sigma}{2(M+1)}\right)^2, \tag{2.3}$$

где ζ_N — N-ый корень функции $v(\zeta)$. При таком выборе величины a_N подынтегральное выражение в формуле (2.2) убывает на контуре $\mathcal{L}_N$ при удалении от вещественной оси ([8],[9], ради краткости мы здесь соответствующие рассуждения опускаем).

С помощью асимптотического представления функций Эйри $w_{1,2}(\zeta)$, $v(\zeta)$ и их разложения в ряды Тейлора в окрестности точки $t = a_N$ может быть получено следующее выражение для остатка R_{MN}

$$R_{MN} = c_0 e^{iks}\left[G^0 + G^1 + O(|a_N|^{-3})\right]\left[1 + O\left(\frac{\psi}{k^{1/3}}\right)\right], \tag{2.4}$$

$$G^{(0)} = -e^{i\Phi_{M-1}} F_0(\alpha) + e^{i\Phi_M}\left[F_0(1+\alpha) - \frac{1}{\alpha}\right] -$$

$$-e^{i\Phi_{M+1}}\left[F_0(2-\alpha) - \frac{1}{1-\alpha}\right] + e^{i\Phi_{M+2}} F_0(1-\alpha). \tag{2.5}$$

$$G^{(1)} = \frac{i(M+\alpha)}{(2\sqrt{|a_n|})^3}\Big\{ -\frac{5}{3}G^{(0)} + e^{i\Phi_{M-1}} F_2(\alpha) -$$

$$-e^{i\Phi_M}\left[F_2(1+\alpha) - \frac{2}{\alpha^3}\right] + e^{i\Phi_{M+1}}\left[F_2(2-\alpha) - \frac{2}{(1-\alpha)^3}\right] -$$

$$-e^{i\Phi_{M+2}} F_2(1-\alpha), \tag{2.6}$$

где $\Phi_m = \sigma a_N + m\beta, \quad \beta = \dfrac{4|a_N|^{3/2}}{3} + \pi/2,$

$$F_k(\alpha) = \int_0^1 \frac{x^\alpha (\ln x)^k}{1 - 2x\cos\psi + x^2}\,dx, \quad \alpha = \frac{\sigma}{2\sqrt{|a_N|}} - M.$$

На основании тех же рассуждений могут быть получены формулы, аналогичные (2.2)–(2.6) для других граничных условий, для произвольно искривленной границы (координаты s, n) и произвольной скорости, если при $n < 0$ величина называемая эффективным радиусом кривизны границы P равная

$$\frac{1}{P} = \left(\frac{1}{\rho(s)} - \frac{\partial c(s,n)}{\partial n} \cdot \frac{1}{c(s,n)}\right)\bigg|_{n=0},$$

всегда положительна. Здесь радиус-вектор точки внутри тела есть (s, n), а источник расположен на границе $n = 0$ в точке $(0, 0)$, $\rho(s)$ – радиус кривизны границы. Полученные формулы позволят провести интересный численный эксперимент расчета поля точечного источника в приповерхностном волноводе для различных ситуаций, сред и разных граничных условий.

Относительный вклад остатка R_{MN} в общую величину тока убывает при увеличении σ, как для задачи Дирихле, так и для задачи Неймана. Таким образом, при достаточно больших величинах σ остатком можно пренебречь, т.е. в выражении для тока существенную роль играют только геометрооптические и нормальные волны.

По мнению авторов, подобные выводы могут быть сделаны и в других задачах, в которых имеет место волноводное распространение.

Литература

1. В. П. Маслов, *Теория возмущений и асимптотические методы.* Изд-во МГУ, М. (1965).
2. М. А. Леонтович, В. А. Фок, *Решение задачи о распространении электромагнитных волн вдоль поверхности Земли по методу параболического уравнения.*— Журн. эксперим. и теор. физики, **16**, No. 7, (1946), 557-573.
3. В. М. Бабич, В. С. Булдырев, *Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн.* Наука, М. (1972).
4. В. С. Булдырев, *Распространение волн вблизи изогнутой поверхности неоднородного тела.* — В сб.: Проблемы математической физики. Вып. 2, Изд-во ЛГУ, Л. (1967), 61–84.
5. И. А. Молотков, *Дифракция на выпуклом контуре с плавно меняющимся радиусом кривизны и импедансом.*— В сб.: Проблемы матем. физики. Вып. 2. Изд-во ЛГУ, Л. (1967), 124–132.
6. И.А. Молотков, *Дифракция на гладком выпуклом цилиндре при существовании двух скоростей распространения.*— Вестник Ленинградского ун-та. Сер. физ., хим. Вып. 2,No. 10, (1967), 69–79.
7. В. М. Бабич, Н. Я. Кирпичникова, *Метод пограничного слоя в задачах дифракции.* Изд-во Ленингр. ун-та, Л. (1974).

8. В. Б. Филиппов, *Дифракция на искривленной полуплоскости.*— Зап. научн. семин. ЛОМИ. **42** (1974), 244–249.
9. В. Б. Филиппов, *Коротковолновая асимптотика тока в задаче дифракции на плоских экранах.*— Зап. научн. семин. ЛОМИ,**51** (1975), 172–182.
10. А. А. Дородницын, *Асимптотические законы распределения собственных значений для некоторых особых видов дифференциальных уравнений второго порядка.* — Успехи матем. наук АН СССР,**VII**, вып. 6, No. 52, (1952), 3–96.

Kirpichnikova N. Ya., Philippov V.B., and Fadeeva S.Yu. Combined method calculating the field generated by a point source in a surface wave guide.

The two-dimensional problem of propagation of waves, raised by a point source, in an interior layer wave guide is investigated. The Dirichlet condition is given on the bound of the wave guide. With help of cumbersome transformation the solution is represented as a sum of the geometro-optical waves, the normal waves and the residual. The sufficient conditions for the general amount of the detached normal and geometro-optical waves are obtained. The residual is expressed by the simple formula.

С.-Петербургское отделение
Математического института
им. В. А. Стеклова РАН

С.-Петербургский
государственный университет

Поступило 18 июля 2005 г.