Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 308, 2004 г.

П. В. Крауклис, А. П. Крауклис

ВЛИЯНИЕ ОСЛАБЛЕННОЙ ГРАНИЦЫ НА ПОЛЕ ПРИБЛИЖАЮЩЕГОСЯ К НЕЙ ИСТОЧНИКА

Ослабленными границами в горной механике и геофизике называют поверхности, на которых нарушаются жесткие связи между соседними участками сред. Такими поверхностями могут быть тонкие прослойки мягких пород, тектонические разрывы, поверхности смены условий осадконакоплений, ловушки гидрокарбонатов. Особое значение имеет задача определения близости границы ослабленного контакта в процессе бурения скважины, когда возникает опасность поломки бурящего инструмента вследствие резкого изменения сдвиговой прочности горного массива. Имеется ряд статей, посвященных различным аспектам волнового распространения в средах с ослабленными границами. Сейсмическая реакция одиночного разлома на падающее возмущение изучалась представлением разлома как границы между двумя упругими полупространствами [1, 2]. Отражение и преломление волн на разрыве внутри упругой среды при различных углах падения волн и различных значениях коэффициента жесткости было рассмотрено в работах [3, 4]. В работах [5, 6] было показано, что ослабленный контакт слоя с окружающей его средой приводит к возникновению новых типов поверхностных и каналовых волн с весьма специфическими особенностями, например, спектр каналовых волн имеет резонансный характер, групповая скорость принимает промежуточные значения между скоростями продольных и поперечных волн, в материале слоя затухание волн увеличивается с удалением частоты в обе стороны от резонансного значения. В данной работе известная задача о волнах нелучевой природы, возникающих при приближении источника к свободной границе, обобщается на случай, когда источник приближается к разрыву внутри однородного горного массива. В практическом отношении такая задача представляет интерес для предсказания приближения бурящего инструмента (долота) в процессе бурения к ослабленной границе.

Явление возникновения волн нелучевой природы нагляднее объяснить с позиций лучевого метода, который является распространенным и эффективным средством расчета волновых полей. Основные понятия лучевого метода, такие как траектория луча, фаза, амплитуда, коэффициенты отражения и преломления плоской волны являются незаменимыми для интерпретации любых численных и экспериментальных данных. Рассмотрим, например, простую модель, состоящую из двух полупространств с точечным источником типа центра давления, расположенным вблизи границы раздела (рис. 1).

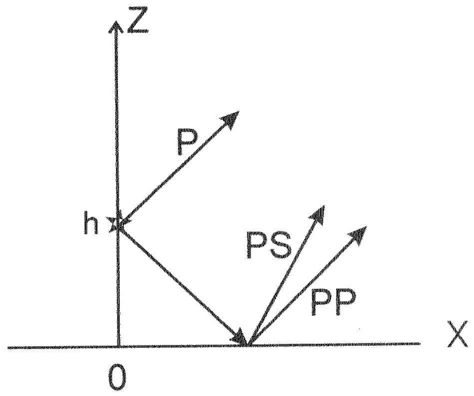


Рис. 1. Волны от точечного источника вблизи границы раздела упругой среды согласно лучевому методу.

С точки зрения лучевого метода в верхнем полупространстве существуют только две отраженные P и S волны. Но точное решение для этой модели показывает, что при приближении источника к границе на расстояние меньшее четверти длины волны появляется интенсивная нелучевая волна S^*. Эта волна распространяется при углах больших критического ($\sin\varphi > V_s/V_p$, где V_s – сдвиговая скорость, V_p – продольная скорость). Очевидно, если полупространства одинаковые и граница является ослабленной, то интенсивность волн PP и PS будет низкой, а волны S^* – высокой. Впервые негеометрическая волна S^*, возбужденная на свободной поверхности мелким взрывным источником, была описана в [7]. Позднее эта проблема рассматривалась в ряде работ [8–

10]. Экспериментальное доказательство существования S^* было приведено в работе [11] в ультразвуковых опытах и в работе [12] в полевых сейсмических работах. Волна S^* имеет ряд особенностей: ее амплитуда уменьшается с увеличением расстояния источника от границы, ее время пробега практически не зависит от действительного положения источника и соответствует лучу, проведенному от точки проекции источника на границу. С математической точки зрения возникновение S^* может быть объяснено следующим образом. Известно, что с помощью интеграла Фурье сферическую волну можно построить наложением плоских волн. В случае точечного источника решение содержит как однородные плоские волны, так и неоднородные волны [13]. В неоднородной волне плоскость равной фазы ортогональна к плоскости одинаковых амплитуд. Конверсия неоднородной P волны в однородную S волну и объясняет появление волны S^*. Появление сильной поперечной волны от ослабленной границы от точечного источника, находящегося вблизи ее, отмечалось и в других работах [14]. Мы рассмотрим важную в прикладном отношении задачу предсказания приближения бурящегося инструмента к ослабленной границе, причем приведем результаты расчетов для всех типов волн с целью оценивания вклада каждого из них в общее поле, иначе говоря, решим задачу сейсмического мониторинга во время бурения.

Рассмотрим простую модель упругой среды с горизонтальной ослабленной границей ($z = 0$) и точечным источником типа центра расширения, находящимся вблизи нее (рис. 2). Расстановка приемников расположена в плоскости ($z = H$). Обозначим через V_p и V_s скорости продольной и поперечной волн, через μ, λ, ρ константы Ламе и плотность.

Для исследования поставленной выше задачи мы используем метод перевала с комплексной седловой точкой. Полное волновое поле представим суммой прямой P-волны, отраженных P- и S-волн и волны S^* как функции расстояния вдоль линии приемников. Мы покажем, что когда источник (долото) приближается к границе на расстояние $\lambda/4$ (где λ – длина волны), приемники зарегистрируют сильное рассеянное поле от границы, начиная с расстояния:

$$X^* = \frac{\gamma H}{\sqrt{1-\gamma^2}}, \quad \gamma = \frac{V_s}{V_p}.$$

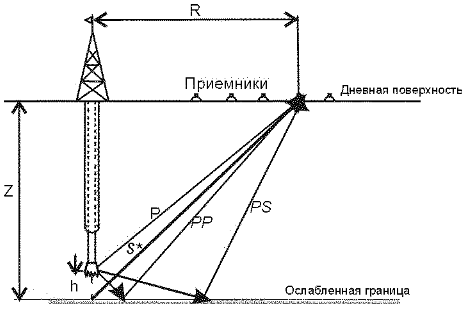


Рис. 2. Схема эксперимента: приемники на дневной поверхности, бур в качестве источника. При приближении бура к ослабленной границе кроме прямой и двух отраженных волн лучевой природы приемники зафиксируют волну S^*.

Мониторинг поля, создаваемого долотом, дает возможность предсказывать приближение долота к ослабленной границе.

Имеется ряд работ, посвященных использованию энергии бурящего инструмента как сейсмического источника внутри скважины [15–17]. Развитая недавно система SEISBIT решает задачи уточнения границ, пересеченных скважиной, и предсказаний акустических границ впереди долота. Однако, такая система не может решить задачу предсказания разрыва сдвиговой жесткости внутри однородной среды, так как амплитуды отраженных P- и S-волн для такой модели очень малы при малых углах падения.

Рассмотрим две упругие среды "0" $(z \geqslant 0)$ и "1" $(z < 0)$ (рис. 2). Поле в средах возбуждается источником, расположенным в точке $(r = 0,\ z = h)$ и создающим продольную волну, потенциал которой удобно представить в виде [18]:

$$\varphi = \frac{f(t - R/V_p)}{3(\lambda + 2\mu)R} = \\ = \frac{A}{3(\lambda+2\mu)} \int\limits_0^\infty \frac{kJ_0(kr)\,dk}{2\pi i} \int\limits_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{F(k\eta)}{\alpha} e^{k(t\eta - |z|\alpha)}\,d\eta, \tag{1}$$

где: $F(s) = \int\limits_0^\infty f(t)\,e^{-st}\,ds$, $\alpha = \sqrt{1 + \eta^2/V_p^2}$. На границе выполняются условия скользящего контакта:

$$u_z = u_{z1}, \quad \tau_{zz} = \tau_{zz1}, \quad \tau_{rz} = \tau_{rz1} = 0. \tag{2}$$

Эти условия выражают непрерывность нормальных смещений и напряжений и равенство нулю касательных напряжений. Условимся значок 1 приписывать переменным, описывающим поле в среде 1, а у переменных для среды 0 значок 0 опускать, что имеет смысл, так как мы будем рассматривать только поле в верхнем полупространстве.

Смещения и напряжения в упругой среде с осевой симметрией выражаются соотношениями:

$$u_r = \frac{\partial\varphi}{\partial r} - \frac{\partial\psi}{\partial z}, \quad u_z = \frac{\partial\varphi}{\partial z} + \frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{\psi}{r}\,, \tag{3}$$

$$\tau_{rz} = 2\mu\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial\varphi\partial r} - \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right) + \rho\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}, \tag{4}$$

$$\tau_{zz} = \rho\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} - 2\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial r} - \frac{\partial^2\psi}{\partial\psi\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial z}\right) \tag{5}$$

с потенциалами φ и ψ. Потенциалы φ и ψ удовлетворяют волновым уравнениям:

$$\Delta\varphi = \frac{1}{V_p^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}, \quad \Delta\psi - \frac{\psi}{r^2} = \frac{1}{V_s^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}, \tag{6}$$

где:

$$V_p^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho}, \quad V_s^2 = \frac{\mu}{\rho}, \tag{7}$$

Полное поле, удовлетворяющее уравнениям (6), можно представить интегралами Фурье–Бесселя и Фурье:

$$\begin{aligned}
\varphi &= \int\limits_0^\infty \frac{J_0(kr)\,dk}{2\pi i}\int\limits_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}\left(X^+e^{kz\alpha} + X^-e^{-kz\alpha}\right)e^{k\eta t}\,d\eta,\\
\psi &= \int\limits_0^\infty \frac{J_1(kr)\,dk}{2\pi i}\int\limits_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}\left(Y^+e^{kz\beta} + Y^-e^{-kz\beta}\right)e^{k\eta t}\,d\eta,
\end{aligned} \tag{8}$$

где: $\beta = \sqrt{1+\eta^2/V_s^2}$, $\alpha = \sqrt{1+\eta^2/V_p^2}$. Для однозначности радикалов α и β разрезы проведены от точек ветвления $\eta = \pm iV_p$ и $\eta = \pm iV_s$ в левую полуплоскость и основные ветви фиксированы условиями $\alpha > 0$, $\beta > 0$ при $\eta > 0$. В соответствии с этими предположениями первые слагаемые в формулах (8), содержащие функции $X^+(k\eta)$ и $Y^+(k\eta)$, описывают в среде 0 волны, распространяющиеся в направлении плоскости $z = 0$. Вторые слагаемые с переменными $X^-(k\eta)$ и $Y^-(k\eta)$ характеризуют распространение волны в противоположном направлении. В результате потенциал φ_0 падающей волны может быть представлен формулой:

$$\varphi_0 = \int_0^\infty \frac{J_0(kr)\,dk}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} X_0 e^{k[t\eta+z\alpha]} d\eta, \quad X_0 = X^- e^{-kh\alpha}, \tag{9}$$

а потенциалы отраженных волн в среде 0 и преломленных волн в среде 1 представлены формулами:

$$\varphi = \int_0^\infty \frac{J_0(kr)\,dk}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} X e^{k[t\eta-z\alpha]}\, d\eta, \tag{10}$$

$$\psi = \int_0^\infty \frac{J_1(kr)\,dk}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} Y e^{k[t\eta-z\beta]}\, d\eta, \tag{11}$$

$$\varphi_1 = \int_0^\infty \frac{J_0(kr)\,dk}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} X_1 e^{k[t\eta+z\alpha_1]}\, d\eta, \tag{12}$$

$$\psi_1 = \int_0^\infty \frac{J_1(kr)\,dk}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} Y_1 e^{k[t\eta+z\beta_1]}\, d\eta, \tag{13}$$

После подстановки потенциалов $\varphi+\varphi_0$, ψ в среде 0 и потенциалов φ_1, ψ_1 в среде 1 в формулы (3)–(5) мы получаем выражение для смещений и напряжений в обеих средах:

$$u_z = \int_0^\infty \frac{kJ_0(kr)\,dk}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \left[\alpha X_0 e^{kz\alpha} - \alpha X e^{-kz\alpha} + Y e^{-kz\beta}\right] e^{kt\eta}\, d\eta,, \tag{14}$$

$$\tau_{rz} = -\mu \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)\,dk}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \left[2\alpha X_0 e^{kz\alpha} - 2\alpha X e^{-kz\alpha} + gY e^{-kz\beta}\right] e^{kt\eta} d\eta, \tag{15}$$

$$\tau_{zz} = \mu \int\limits_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)\,dk}{2\pi i} \int\limits_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \left[gX_0 e^{kz\alpha} + gXe^{-kz\alpha} - 2\beta Y e^{-kz\beta}\right] e^{kt\eta}\,d\eta, \tag{16}$$

$$u_{z1} = \int\limits_0^\infty \frac{kJ_0(kr)\,dk}{2\pi i} \int\limits_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \left[\alpha_1 X_1 e^{kz\alpha_1} + Y_1 e^{kz\beta_1}\right] e^{kt\eta}\,d\eta, \tag{17}$$

$$\tau_{rz1} = -\mu_1 \int\limits_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)\,dk}{2\pi i} \int\limits_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \left[2\alpha_1 X_1 e^{kz\alpha_1} + g_1 Y_1 e^{kz\beta_1}\right] e^{kt\eta}\,d\eta, \tag{18}$$

$$\tau_{zz1} = \mu_1 \int\limits_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)\,dk}{2\pi i} \int\limits_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \left[g_1 X_1 e^{kz\alpha_1} + 2\beta_1 Y_1 e^{kz\beta_1}\right] e^{kt\eta}\,d\eta, \tag{19}$$

где: $g = 2 + \eta^2/v_p^2$, $g_1 = 2 + \eta^2/v_{p1}^2$.

Подставляя (14)–(19) в граничные условия (2), мы приходим к системе линейных алгебраических уравнений для определения X, Y, X_1, Y_1:

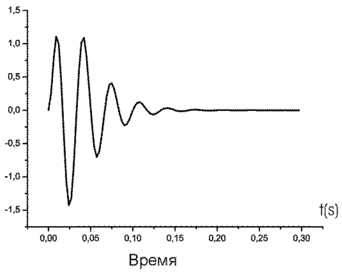
$$\begin{cases} \alpha X - Y + \alpha_1 X_1 + Y_1 = \alpha X_0, \\ 2\alpha X - gY = 2\alpha X_0, \\ \mu(gX - 2\beta Y) - \mu_1(g_1 X_1 + 2\beta_1 Y_1) = -\mu g X_0, \\ 2\alpha_1 X_1 + g_1 Y_1 = 0. \end{cases} \tag{20}$$

Из решения этой системы получаем явные выражения для функций X и Y, определяющих поле в верхнем полупространстве:

$$\begin{aligned} X &= \frac{\rho\mu_1^2 \alpha R_1 - \rho_1 \mu^2 \alpha_1 T}{\rho\mu_1^2 \alpha R_1 + \rho_1 \mu^2 \alpha_1 R'}, \\ Y &= -\frac{4\mu^2 \alpha\alpha_1 g \rho_1}{\rho\mu_1^2 \alpha R_1 + \rho_1 \mu^2 \alpha_1 R'}, \end{aligned} \tag{21}$$

где: $T = g^2 + 4\alpha\beta$, $R' = g^2 - 4\alpha_1\beta_1$, $R_1 = g_1^2 - 4\alpha_1\beta_1$.

Формулами (14)–(21) заканчивается построение решения задачи о поле сейсмических волн в модели. Выделение отдельных типов волн, распространяющихся в верхнем полупространстве, было проведено методом контурного интегрирования с помощью деформирования путей интегрирования в левую полуплоскость

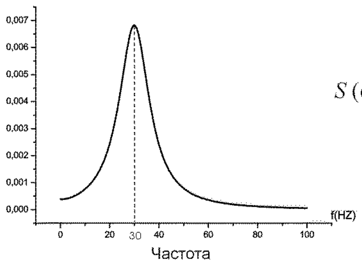


$$f(t)=\begin{cases}4\alpha t e^{-\alpha t}\sin\omega_0 t, & t\ge 0\\ 0, & t<0\end{cases}$$

здесь: $\alpha=0.79\omega_0/\pi$,

$\omega_0=2\pi f_0$ – доминирующая частота,

$f_0=30HZ$



$$S(\omega)=\frac{8\alpha\omega_0(\alpha+i\omega)}{[\omega_0^2+(\alpha+i\omega)^2]^2}$$

Рис. 3. Временная функция источника и ее спектр. Доминирующая частота 30Гц (длина волны 100м).

так, чтобы они проходили через седловые точки, причем негеометрической волне S^* отвечают комплексные седловые точки. Мы не будем останавливаться на особенностях применения этого метода, подробно описанного в [19], а приведем результаты численного эксперимента, иллюстрирующего эффекты появления S^* на линейной расстановке приемников на профиле, проходящем через устье скважины. Временная функция источника и ее спектр изображены на рис. 3.

Для численного моделирования была выбрана геометрия эксперимента, представленная на рис. 2, на котором показаны все типы волн, приходящих к расстановке приемников. Глубина ослабленной границы равнялась 300м. Расстояние от долота до границы равнялось 12.5м, скорости имели следующие значения: $V_p = 3000$м/с, $V_s = 1500$м/с. Критическая точка X^*, соответствующая появлению S^*, находится на расстоянии $R = 200$м. Здесь трудно разделить волны PS и S^*, но уже на расстоянии $300 - 400$м эти волны разделяются, причем амплитуды S^* и P сравнимы (рис. 4).

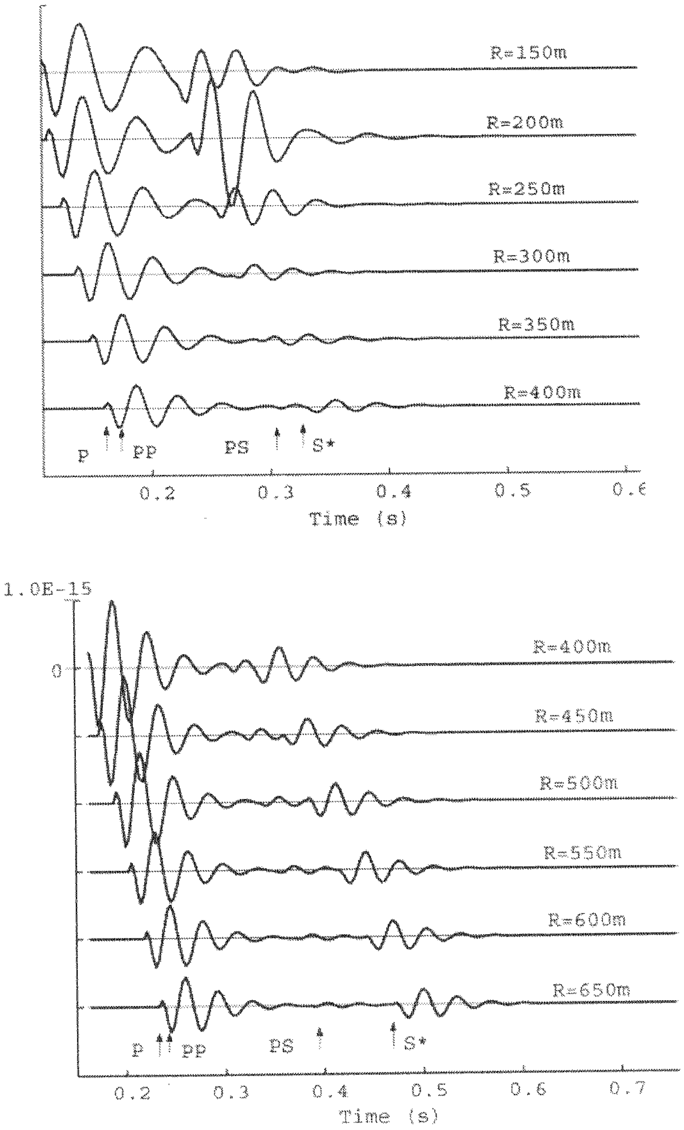


Рис. 4. Сейсмограмма. Зависимость вертикальной компоненты амплитуды волны S^* от времени для различных приемников (см. рис. 2). Здесь: $h = 12.5$м, $Z = 300$м, $f = 30$Гц, $V_p = 3000$м/с, $V_s = 1500$м/с. Начиная с трассы $R = 400$м проведено масштабирование.

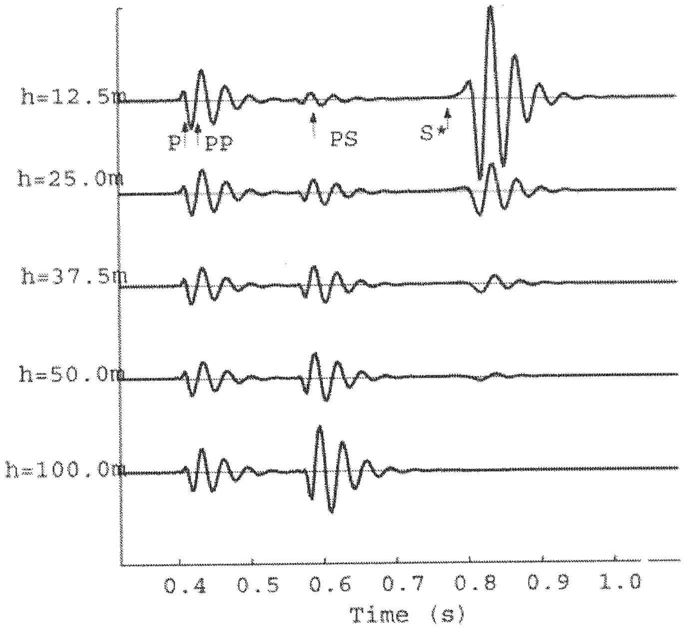


Рис. 5. Сейсмограмма. Зависимость вертикальной компоненты амплитуды волны S^* от времени для различных положений источника относительно ослабленной границы. Здесь: $R = 1150$м, $Z = 300$м, $f = 30$Гц, $V_p = 3000$м/с, $V_s = 1500$м/с. Волна P приведена в масштабе $\times 0.4$.

Волновые формы приведены в произвольном масштабе, причем запись на расстоянии $R = 400$м повторяется в увеличенном масштабе, который сохраняется для всех $R > 400$м. Для последней трассы приведены времена вступлений всех волн. Обращают на себя внимание значительные амплитуды волны S^* и сохранение ее временной формы для больших удалений. Критическая точка (соответствующая критическому углу) для S^* для данной геометрии эксперимента будет $R = 173$м. Из графиков легко заметить, что сильная волна S^* возникает при $R = 200$м (сравнить, например, с графиком при $R = 150$м). Начиная с расстояний $R = 300 \div 400$м, волны PS и S^* разделяются. На больших расстояниях амплитуды волны S^* сравнимы с амплитудами P

волн.

Интересным представляется влияние на амплитуду S^* близости источника к границе (рис. 5). В этом эксперименте зафиксирована глубина слабой границы и расстояние от устья скважины до приемника. Расстояние h от источника до границы менялось в диапазоне 12.5–100м. Из рисунка видно, что уже с увеличением h в два раза от $h = 12.5$м до $h = 25$м амплитуда волны S^* убывает более чем в три раза. Таким образом, по амплитудам волн S^* можно контролировать близость источника к ослабленной границе.

Авторы благодарны Крауклис Л. А. и Молоткову Л. А. за помощь в подготовке материала.

Литература

1. Y. J. Wang, S. I. Rokhlin, *On transition between slip and rigid boundary conditions between two solid.* — J. Acoust. Soc. Amer. **S93** (1989), 186.
2. S. I. Rokhlin, Y. J. Wang, *Analysis of boundary conditions for elastic wave interaction with an interface between two solids.* — J. Acoust. Soc. Amer. **89**, No. 2 (1991) 503–515.
3. П. В. Крауклис, Л. А. Крауклис, *К задаче отражения и преломления волн на нежесткой границе раздела.* — В кн.: Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн, Л. **30** (1990), 96–103.
4. J. N. Albright, C. F. Pearson, M. C. Fehler, *Transmission of acoustic signals through hydraulic fractures.* In: SPWLA Twenty-first Annual Logging Symposium (1980), pp. 1–18.
5. П. В. Крауклис, Л. А. Крауклис, *Об одном типе волн в средах, содержащих поверхности ослабленного механического контакта.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **173** (1988), 113–122.
6. A. C. Johnston, *Air blast recognition and location using regional seismographic network.* — Bull. Seism. Soc. Am. **77**, No. 4 (1987), 1446–1456.
7. B. J. Mikhailenko, F. Hron, *Discovery of a nongeometrical S arrival generated at the free interface.* Programme and Abstracts Seventeenth General Assembly European Seismological Commission, 21–29 August (1986), p. 188.
8. V. M. Babich, A. P. Kiselev, *Nongeometrical waves – are they any? An asymptotic description of some "nongeometrical" phenomena in seismic wave propagation.* — Geophys. J. Int. **99** (1980), 415–420.
9. P. F. Daley, F. Hron, *Nongeometric arrivals due to highly concentrated sources adjacent to plane interfaces.* — Bull. Seism. Soc. Am. **73**, No. 6 (1983), 1655–1671.
10. П. В. Крауклис, В. П. Крауклис, *Нелучевые явления в средах с источником, помещенным вблизи границы.* — В кн.: Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн, Л. **26** (1986), 245–251.
11. J. Y. Kim, J. Behrens, *Experimental evidence of S∗ wave.* — Geophysycal Prospecting **34** (1986), 100–108.

12. P. R. Gutowski, F. Hron, D. E. Wagner, S. Treitel, *S**. — Amoko Technical Report, F82-E-8, Tulsa Oklahoma (1982).
13. Л. М. Бреховских, *Волны в слоистых средах.* Изд. АН СССР, М. (1957).
14. C. Salvado, J. B. Minster, *Slipping interfaces: a possible source of S radiation from explosive sources.* — Bull. Seism. Soc. Am. (1980), 659–670.
15. L. Alleotti, Miranda et.al., *Seisbit-latest applications of seismic while drilling technology.* In: EAGE 57th Conference and Technical Exhibition, Glasgow, Scotland (1995).
16. J. W. III Rector, B. A. Hartage, *Radiation pattern and seismic waves generated by a working roller-cone drill bit.* — Geophysics **57** (1992), 1319–1333.
17. J. W. III Rector, B. P. Marion, *The use of drill-bit energy as a downhole seismic source.* — Geophysics **56** (1991), 628–634.
18. Л. А. Молотков, *Об источнике типа центра сжатия в изотропной и трансверсально изотропной средах.* — В кн.: Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн, Л. (1990), с. 96103.
19. Г. И. Петрашень, Л. А. Молотков, П. В. Крауклис, *Волны в слоистых однородных изотропных упругих средах.* Наука (1985).

Krauklis P. V., Krauklis A. P. Weak boundary effect at the approaching to it source.

Response of weak interface situated inside isotropic elastic medium at the approaching to it source is considered. It is shown that a strong shear wave is arise at the angle large than a critical angle. Its peculiarities are studied and the theoretical seismograms describing the contribution all reflected waves are represented.

С.-Петербургское отделение
Математического института
им. В. А. Стеклова РАН

Поступило 12 марта 2004 г.