Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 285, 2002 г.

**В. М. Бабич, Д. Б. Дементьев,
Б. А. Самокиш, В. П. Смышляев**

О РАССЕЯНИИ ВЫСОКОЧАСТОТНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ ВЕРШИНОЙ ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕГО КОНУСА. (СИНГУЛЯРНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ)

1. Введение. Исходные формулы.

Пусть плоская электромагнитная волна падает на идеально проводящий конус Ξ произвольной формы. Падающая волна породит волну Γ со сферическим фронтом, рассеянную вершиной конуса, отражённую волну (и, возможно, волну соскальзывания). (см. рис 1).

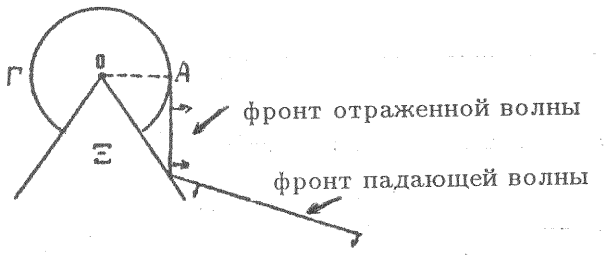

Рис. 1. Картина волновых фронтов.

В окрестности направлений, где фронт отражённой волны касается фронта сферической волны, рассеянной вершиной конуса (OA – см. рис 1), высокочастотное поле может быть выражено (в первом приближении) явно через функции параболического цилиндра. Это и будет сделано в этой работе. Наш подход был

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ 02-01-00260 и РФФИ 01-01-0251.

намечен в работах [1–3], другие подходы см. [4–6]. Наши обозначения близки к обозначениям работ [1, 2, 7].

Исходными формулами будут формулы, выражающие волновое поле через дебаевы потенциалы u, v ([1–2, 4]).

$$\left\{\begin{matrix}\mathbf{E}\\ \mathbf{H}\end{matrix}\right\} = \mathbf{e}_r \left[\partial_r^2 \left(r\left\{\begin{matrix}u\\ v\end{matrix}\right\}\right) + k^2 r\left\{\begin{matrix}u\\ v\end{matrix}\right\}\right] +$$

$$+\frac{1}{r}\nabla_\omega \partial_r \left(r\left\{\begin{matrix}u\\ v\end{matrix}\right\}\right) \pm ik\nabla_\omega \left\{\begin{matrix}v\\ u\end{matrix}\right\} \times \mathbf{e}_r \tag{1.1}$$

$$\left\{\begin{matrix}u\\ v\end{matrix}\right\} = 2\sqrt{2\pi}e^{-i\pi/4}(k^3 r)^{-\frac{1}{2}} \int\limits_W e^{-ikr\cos s}\phi_{\left\{\begin{smallmatrix}D\\ N\end{smallmatrix}\right\}}(\omega, \omega_0, s)\, ds. \tag{1.2}$$

Здесь точки пространства $\mathbb{R}^3$ характеризуются радиусом вектором $\mathbf{r} = r\omega$, проведённым из вершины O конуса Ξ, где r – длина $\mathbf{r}$, ω – точка на единичной сфере S^2, $\mathbf{e}_r = \mathbf{r}/r$ – орт, направленный вдоль вектора $\mathbf{r}$. Контур W изображён на рис. 2.

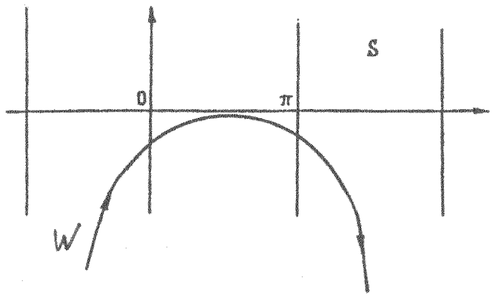

Рис. 2. Вид контура W.

$$\phi_{\left\{\begin{smallmatrix}D\\ N\end{smallmatrix}\right\}}(\omega, \omega_0, s) = \frac{i}{\pi}\int\limits_\gamma \frac{\nu\, d\nu}{\nu^2 - \frac{1}{4}} e^{-i\nu s} g_{\left\{\begin{smallmatrix}D\\ N\end{smallmatrix}\right\}}(\omega, \omega_0, \nu)\, d\nu. \tag{1.3}$$

Контур γ здесь имеет тот же вид, что и в наших прежних работах [1, 2, 7] (см. рис. 3). Крестиками обозначены полюса функций Грина g_D и g_N.

Функции g_D и g_N – “функции Грина”: $g_D = g_D^\circ + g_D^r$, где g_D^r “отражённая” часть функции Грина – решение краевой задачи

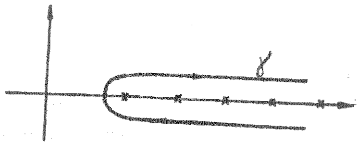

Рис. 3. Вид контура γ.

на сфере

$$\left(\Delta_\omega + \nu^2 - \frac{1}{4}\right) g_D^r = 0, \quad \omega \in M, \quad g_D|_{\partial M} = 0 \tag{1.4}$$

$$g_D^\circ = \sin\varphi \frac{P^1_{\nu-\frac{1}{2}}(-\cos\theta)}{4\cos\pi\nu}. \tag{1.5}$$

Здесь $M = S^2 \backslash \Xi$ – область на сфере S^2, которая остаётся, если из S^2 удалить точки конуса Ξ, g_D° – "сингулярная" часть функции Грина g_D, φ и θ – классические сферические координаты на S^2, $P^1_{\nu-\frac{1}{2}}$ – присоединённая функция Лежандра, Δ_ω – оператор Лапласа на сфере S^2. Для g_N соответствующие формулы таковы: $g_N = g_N^\circ + g_N^r$

$$(\Delta_\omega + \nu^2 - \frac{1}{4}) g_N^r = 0, \quad \omega \in M, \quad \frac{\partial}{\partial m} g_N|_{\partial M} = 0 \tag{1.6}$$

$$g_D^\circ = \cos\varphi \frac{P^1_{\nu-\frac{1}{2}}(-\cos\theta)}{4\cos\pi\nu}. \tag{1.7}$$

Здесь $\frac{\partial}{\partial m}$ – производная по нормали к ∂M касательной к сфере S^2.

Асимптотика u, v при $kr \to \infty$ даёт возможность получить асимптотику $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$. Вклад в асимптотику волнового поля стационарной точки π соответствует волне, рассеянной вершиной конуса – т.е. волне, которой мы прежде всего интересуемся. Если ϕ_D и ϕ_N регулярны в точке π, то метод перевала, применённый к интегралу (1.2), приведёт к формуле В. П. Смышляева для дифракционного коэффициента (см. [1, 2]), если ϕ_D и ϕ_N сингулярны – это случай сингулярного направления. Случай, который мы здесь рассматриваем – простейший и по-видимому самый важный случай сингулярного направления.

2. О сингулярностях ϕ_D и ϕ_N.

Для аналитического описания волнового поля в сингулярных направлениях нужно описать сингулярности ϕ_D и ϕ_N. Мы рассмотрим сначала случай, когда конус отсутствует, $\Xi = \varnothing$, тогда $M = S^2$ и

$$g_D = g_D^\circ = \sin\varphi \frac{P^1_{\nu-\frac{1}{2}}(-\cos\theta)}{4\cos\pi\nu}, \tag{2.1}$$

$$g_N = g_N^\circ = \cos\varphi \frac{P^1_{\nu-\frac{1}{2}}(-\cos\theta)}{4\cos\pi\nu}. \tag{2.2}$$

Здесь и далее наши рассмотрения идейно весьма близки к построениям работы [3].

Найдём сингулярности ϕ_D и ϕ_N. Для этого подставим выражения (2.1) и (2.2) в формулы (1.3). Интегрирование по конечной части контура γ приводит к регулярной функции. Сингулярности ϕ_D и ϕ_N возникают лишь при интегрировании по бесконечным частям контура γ. Заменим функции Лежандра их асимптотикой

$$P^1_{\nu-\frac{1}{2}}(-\cos\theta) \sim \sqrt{\frac{2\nu}{\pi\sin\theta}}\cos(\nu(\pi-\theta)+\frac{\pi}{4}),$$

тогда

$$\phi_D^\circ \sim \sin\varphi \frac{i}{\pi}\int_\gamma e^{-i\nu s}\sqrt{\frac{2\nu}{\pi\sin\theta}}\ \frac{\nu}{\nu^2-\frac{1}{4}}\frac{\cos(\nu(\pi-\theta)+\frac{\pi}{4})}{4\cos\pi\nu}\,d\nu \tag{2.3}$$

$$\phi_N^\circ \sim \cos\varphi \frac{i}{\pi}\int_\gamma e^{-i\nu s}\sqrt{\frac{2\nu}{\pi\sin\theta}}\frac{\nu}{\nu^2-\frac{1}{4}}\frac{\cos(\nu(\pi-\theta)+\frac{\pi}{4})}{4\cos\pi\nu}\,d\nu. \tag{2.4}$$

Из формул (2.3)–(2.4) следует, что интегрирование по части γ_- контура γ, находящейся в нижней полуплоскости, не порождает сингулярностей, так как подынтегральное выражение экспоненциально мало, если $\mathrm{Re}\,\nu > 0$ и $\mathrm{Im}\,\nu \to -\infty$. Мы будем рассматривать лишь часть контура γ_+, расположенную в верхней полуплоскости $\mathrm{Im}\,\nu > 0$. Заменим теперь косинусы по формуле Эйлера

$$\frac{\cos(\nu(\pi-\theta)+\frac{\pi}{4})}{\cos\pi\nu} = \frac{e^{-i\nu(\pi-\theta)-\frac{i\pi}{4}}+e^{i\nu(\pi-\theta)+\frac{i\pi}{4}}}{e^{-i\pi\nu}+e^{i\pi\nu}}. \tag{2.5}$$

Пусть $\operatorname{Im}\nu > 0$, тогда $|e^{i\pi\nu}| < |e^{-i\pi\nu}|$. Мы разложим выражение (2.5) в геометрическую прогрессию. Её знаменатель равен: $e^{i\pi\nu}\backslash e^{-i\pi\nu} = e^{2i\pi\nu}$. После умножения на $\cos\varphi$, $\sin\varphi$ и $\sqrt{\frac{2\nu}{\pi\sin\theta}}$, мы получим бесконечную последовательность волн, распространяющихся вдоль сферы от "северного полюса" к "южному полюсу", после фокусировки распространяющихся в противоположном направлении и т.д.

Сингулярности определяют интегралы вида

$$\int\limits_{\gamma_+} e^{i\nu(\theta_1-s)}\nu^{-\frac{1}{2}}\,d\nu \sim \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{i\nu(\theta_1-s)}\nu_+^{-\frac{1}{2}}\,d\nu \quad (\theta_1 = \mathrm{const} > 0), \tag{2.6}$$

где γ_+ – часть контура γ находящаяся в верхней полуплоскости, $\nu_+^{-\frac{1}{2}} = \nu^{-\frac{1}{2}}$ $\nu > 0$ и 0 при $\nu \leqslant 0$.

Последний интеграл является преобразованием Фурье от функции $\nu_+^{-\frac{1}{2}}$. Это преобразование равно

$$\sqrt{\pi}e^{\frac{\pi i}{4}}(\theta_1 - s + i0)^{-\frac{1}{2}}. \tag{2.7}$$

3. Сингулярности ϕ_D и ϕ_N, когда $\Xi \neq \varnothing$.

Пусть теперь конус есть в наличии: $\Xi \neq \varnothing$ и ∂M гладкая кривая, тогда "волна" $\sqrt{\frac{1}{\sin\tau}}e^{i\nu\tau}$, где τ – эйконал ($\tau = \theta$), будет отражаться от границы ∂M области M. Мы предполагаем, что для нахождения отражённой волны применим лучевой метод. Отражённая волна тогда равна (см. [3]):

$$\frac{\pm e^{i(\tau_0+\tau_1)\nu}}{\sqrt{\sin(\tau_0+\tau_1) + \frac{2\sin\tau_0\sin\tau_1}{\cos\psi\,\rho_g}}}. \tag{3.1}$$

Здесь τ_0 (соотв. τ_1) – длина падающего (соотв. отражённого) луча, знак $+$ (соотв. $-$) соответствует краевому условию Неймана (соотв. Дирихле), $\frac{1}{\rho_g}$ – геодезическая кривизна в точке отражения. Сумма $\tau_0 + \tau_0$ близка к π. Это позволяет заменить приближённо формулу (3.1) на

$$\frac{\sqrt{\rho_g\cos\psi}}{\sqrt{2}\sin\tau_0}(\pm e^{i(\tau_0+\tau_1)\nu}). \tag{3.2}$$

Здесь ψ – угол падения. Мы предполагаем, что $0 < \psi < \frac{\pi}{2}$. Если $\rho_g < 0$, то формулу (3.2) следует заменить на

$$\frac{-i\sqrt{|\rho_g|\cos\psi}}{\sqrt{2}\sin\tau_0}(\pm e^{i(\tau_0+\tau_1)\nu}). \tag{3.3}$$

Неравенство $\rho_g < 0$ означает, что "волна" прошла каустикуи поэтому здесь возникает множитель $-i$, Случай $\frac{1}{\rho_g} = 0$ – сложный и мы его здесь не рассматриваем.

Если подставить формулы (3.2)–(3.3) в выражения для ϕ_D и ϕ_N, получим

$$\phi_D \sim \frac{i}{4\pi}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\varepsilon e^{-\frac{\pi i}{4}}\frac{\sqrt{\rho_g\cos\psi}}{\sqrt{2}\sin\tau_0}\int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{i\nu(\tau_0+\tau_1-s)}\nu_+^{-\frac{1}{2}}\,d\nu\,(-\sin\varphi), \tag{3.4}$$

$$\phi_N \sim \frac{i}{4\pi}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\varepsilon e^{-\frac{\pi i}{4}}\frac{\sqrt{|\rho_g|\cos\psi}}{\sqrt{2}\sin\tau_0}\int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{i\nu(\tau_0+\tau_1-s)}\nu_+^{-\frac{1}{2}}\,d\nu\,\cos\varphi. \tag{3.5}$$

Здесь $\varepsilon = 1$, если $\rho_g > 0$ и $\varepsilon = -i$, если $\rho_g < 0$.

Вычисление интегралов (3.4)–(3.5) приводит к формулам

$$\phi_D \sim \frac{\varepsilon i}{4\pi}\frac{\sqrt{|\rho_g|\cos\psi}}{\sin\tau_0}(\tau_0+\tau_1-s+i0)^{-\frac{1}{2}}\ (-\sin\varphi), \tag{3.6}$$

$$\phi_N \sim \frac{\varepsilon i}{4\pi}\frac{\sqrt{|\rho_g|\cos\psi}}{\sin\tau_0}(\tau_0+\tau_1-s+i0)^{-\frac{1}{2}}\ \cos\varphi. \tag{3.7}$$

($\tau_0+\tau_1$ близко к π).

4. Асимптотика u и v.

Вернёмся к формулам (1.2). Предположим, что s близко к π, тогда

$$\cos s = \cos(\pi+s-\pi) = -\cos(s-\pi) \approx -1 + \frac{(s-\pi)^2}{2}.$$

Мы приходим к формулам

$$u \sim -\sqrt{2\pi} e^{-\frac{\pi i}{4}} \frac{\varepsilon i}{4\pi} \frac{\sqrt{|\rho_g|\cos\psi}}{\sin\tau_0} \frac{1}{k} \frac{1}{\sqrt{kr}} e^{ikr} \times$$

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-ikr\frac{(s-\pi)^2}{2}} (\tau - s + i0)^{-\frac{1}{2}}\, ds\ (-\sin\varphi), \tag{4.1}$$

$$v \sim -\sqrt{2\pi} e^{-\frac{\pi i}{4}} \frac{\varepsilon i}{4\pi} \frac{\sqrt{|\rho_g|\cos\psi}}{\sin\tau_0} \frac{1}{k} \frac{1}{\sqrt{kr}} e^{ikr} \times$$

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-ikr\frac{(s-\pi)^2}{2}} (\tau - s + i0)^{-\frac{1}{2}}\, ds\ \ \cos\varphi. \tag{4.2}$$

Здесь $kr \gg 1$ и τ близко к π.

5. Об интегралах в формулах (4.1)–(4.2).

Рассмотрим интеграл в формулах (4.1)–(4.2)

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\frac{kr}{2}t^2} (\alpha - t + i0)^{-\frac{1}{2}}\, dt, \tag{5.1}$$

где $\alpha = \tau - \pi$. Интеграл (4.3) нетрудно выразить через функции параболического цилиндра. Это будет сделано несколько позже.

Пусть $kr \to +\infty$ и $\alpha \neq 0$.

Если $\alpha > 0$, то сингулярность $t = \alpha$ не даёт вклада в асимптотику интеграла, так как стационарный контур, проходящий через точку $t = 0$ перевала, идёт вдоль биссектрисы квадранта $\mathrm{Im}\, t < 0, \mathrm{Re}\, t > 0$. Асимптотика интеграла возникает лишь за счёт точки перевала $t = 0$. Эта асимптотика соответствует волне, рассеянной вершиной конуса.

Если $\alpha < 0$, то часть стационарного контура, идущая в квадранте $\mathrm{Im}\, t \geqslant 0, \mathrm{Re}\, t < 0$ должна огибать разрез $t = \alpha + i\chi$, $\chi \geqslant 0$. Сингулярная точка $t = \alpha$ порождает дополнительный член в асимптотике интеграла. Он соответствует отражённой волне.

6. Асимптотика E и H. Радиальная компонента.

Радиальная часть $\mathbf{E}$ имеет вид (см. (1.1))

$$E_r = (ru)'' + k^2 ru. \tag{6.1}$$

Радиальная часть **H** имеет вид

$$H_r = (rv)'' + k^2 rv. \tag{6.2}$$

Сделаем в интеграле (4.3) замену переменных – $\sqrt{kr}t = s$. Мы получим

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} = \frac{1}{\sqrt[4]{kr}} f(\alpha\sqrt{kr}), \tag{6.3}$$

где

$$f(\beta) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{\frac{-is^2}{2}} (\beta - s + i0)^{-\frac{1}{2}}\, ds. \tag{6.4}$$

Это нетрудно вывести из формул (4.1)–(4.2), (5.1), (6.3)–(6.4):

$$u = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{\frac{i\pi}{4}} \frac{\varepsilon}{4} \frac{\sqrt{|\rho_g|\cos\psi}}{\sin\,\tau_0} \frac{1}{k} \frac{e^{ikr}}{(kr)^{\frac{3}{4}}} f(\alpha\sqrt{kr})(-\sin\,\varphi), \tag{6.5}$$

$$v = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{\frac{i\pi}{4}} \frac{\varepsilon}{4} \frac{\sqrt{|\rho_g|\cos\psi}}{\sin\,\tau_0} \frac{1}{k} \frac{e^{ikr}}{(kr)^{\frac{3}{4}}} f(\alpha\sqrt{kr}) \cos\,\varphi. \tag{6.6}$$

Здесь $\varepsilon = 1$ или $-i$. Подставим (6.5)–(6.6) в (6.1)–(6.2). В первом приближении мы получим:

$$E_r = \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{\frac{-i\pi}{4}} \frac{\varepsilon}{2} \frac{\sqrt{|\rho_g|\cos\psi}}{\sin\,\tau_0} \frac{e^{ikr}}{(kr)^{\frac{3}{4}}} (\frac{1}{4} f(\beta) + \frac{1}{2}\beta f'(\beta))(-\sin\,\varphi), \tag{6.7}$$

$$H_r = \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{\frac{-i\pi}{4}} \frac{\varepsilon}{2} \frac{\sqrt{|\rho_g|\cos\psi}}{\sin\,\tau_0} \frac{e^{ikr}}{(kr)^{\frac{3}{4}}} (\frac{1}{4} f(\beta) - \frac{1}{2}\beta f'(\beta)) \cos\,\varphi, \tag{6.8}$$

где $\beta = \sqrt{kr}(\tau - \pi)$.

7. Асимптотика E и H. Поперечные составляющие: $E_\perp$ и $H_\perp$.

$$E_\perp = \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{\pi i}{4}} \frac{\varepsilon}{4} \frac{\sqrt{|\rho_g|\cos\psi}}{\sin\,\tau_0} \frac{e^{ikr}}{\sqrt[4]{kr}} f'(\beta)(\vec{\gamma_1}(-\sin\,\varphi) + \vec{\gamma_2}\cos\varphi), \tag{7.1}$$

$$H_\perp = \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{\pi i}{4}} \frac{\varepsilon}{4} \frac{\sqrt{|\rho_g|\cos\psi}}{\sin\,\tau_0} \frac{e^{ikr}}{\sqrt[4]{kr}} f'(\beta)(\vec{\gamma_1}\,\cos\,\varphi + \vec{\gamma_2}\sin\varphi), \tag{7.2}$$

где $\vec{\gamma_1}$ – единичный вектор, направленный вдоль отражённого луча на сфере в точке $\tau_0 + \tau_1 = \pi$. Вектор $\vec{\gamma_2} = \vec{\gamma_1} \times e_r$, $e_r = \mathbf{r}/r$.

8. Выражение f и f' через функции параболического цилиндра.

Очевидно, что

$$f(\beta) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{is^2}{2}} (\beta - s + i0)^{-\frac{1}{2}}\, ds, \tag{8.1}$$

$$(-2) f'(\beta) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{\frac{-is^2}{2}} (\beta - s + i0)^{-\frac{3}{2}}\, ds. \tag{8.2}$$

Эти интегралы являются специальными случаями $p = -\frac{1}{2}$ и $p = -\frac{3}{2}$ интеграла

$$f_p(\beta) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{is^2}{2}} (\beta - s + i0)^{p}\, ds. \tag{8.3}$$

Классическая формула для функций параболического цилиндра имеет вид (см. [8])

$$D_p(z) = \frac{1}{\pi} 2^{p+1} e^{-i\frac{\pi p}{4}} e^{\frac{z^2}{4}} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} (x + i0)^p e^{-2x^2 + 2ixz}\, dx. \tag{8.4}$$

Отсюда с помощью линейных замен переменных нетрудно получить равенство

$$f_p(\beta) = e^{-\frac{i\beta^2}{4}} e^{-\frac{\pi i}{4}} e^{\frac{i\pi p}{4}} \sqrt{\pi} D_p(\beta e^{-\frac{i\pi}{4}}). \tag{8.5}$$

Подстановка этих формул в выражения для **E** и **H** приводит к окончательным формулам для электромагнитного волнового поля в окрестности сингулярного направления.

9. Окончательные формулы для E и H.

После несложных выкладок получаем

$$E_r = A(-\sin\varphi), H_r = A\cos\varphi, \tag{9.1}$$

$$E_\perp = B(-\vec{\gamma}_1 \sin\varphi + \vec{\gamma}_2 \cos\varphi), \tag{9.2}$$

$$H_\perp = B(\vec{\gamma}_1 \cos\varphi + \vec{\gamma}_2 \sin\varphi), \tag{9.3}$$

$$A = C\frac{1}{(kr)^{\frac{3}{4}}}\Big(\beta D_{-\frac{3}{2}}(\beta e^{-\frac{\pi i}{4}}) - e^{\frac{\pi i}{4}} D_{-\frac{1}{2}}(\beta e^{-\frac{\pi i}{4}})\Big), \tag{9.4}$$

$$B = C\frac{1}{\sqrt[4]{kr}} D_{-\frac{3}{2}}(\beta e^{-\frac{\pi i}{4}}), \tag{9.5}$$

$$C = \frac{\varepsilon}{4} e^{\frac{\pi i}{8}} e^{-i\frac{\beta^2}{4}} e^{ikr} \frac{\sqrt{|\rho_g\,|\cos\psi}}{\sin\tau_0}. \tag{9.6}$$

Литература

1. V. P. Smyshlyaev, *On the diffraction of waves by cone at high frequencies.* LOMI Preprint, E-9-89, Leningrad, pp. 1-47 (1989).
2. V. P. Smyshlyaev, *The high-frequency diffraction of electromagnetic waves by cones of arbitrary cross-section.* — SIAM J. Appl. Math. **53** (1993), 670–688.
3. В. М. Бабич, Д. Б. Дементьев, Б. А. Самокиш, В. П. Смышляев, *О рассеянии высокочастотной волны вершиной произвольного конуса.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **264** (2000), 7–21.
4. В. А. Боровиков, *Дифракция на многоугольниках и многогранниках.* Наука, М. (1966).
6. J. Cheeger and M. E. Taylor, *On diffraction of waves by conical singularities 1, 2.* — Comm. Pure Appl. Math. **35(3)**, **35(4)** (1982), 275–331, 487–529.
7. V. M. Babich, V. P. Smyshlyaev, D. P. Dement'ev, B. S. Samokish, *Numerical calculation of the diffraction coefficients for an arbitrary shaped perfectly conducting cone.* IEEE Transaction on Antennas and Propagations.
8. И. М. Рыжик, И. С. Градштейн, *Таблицы интегралов,сумм и произведений.* ГТТЛ, М-Л. (1951).

Babich V. M., Dement'ev D. B., Samokish B. A., Smyshlyaev V. P. Scattering of a highfrequency electromagnetic wave by the vertex of a perfectly conducting cone. (Singular directions.)

An analytic expression for electromagnetic wave field scattered by the vertex of a perfectly conducting cone in the singular directions is considered. The approach is a generalisation of the approach of the papers [1–3]. The spherical front of the wave, propagating from the vertex of the cone tangents the front of the wave, reflected by the cone surface in this "singular" directions. The wave field is expressed in the terms of the parabolic cylinder functions.

С.-Петербургское отделение
Математического института
им. В. А. Стеклова РАН
Санкт-Петербупгский
государственный университет

Поступило 25 сентября 2001 г.