Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 257, 1999 г.

Н. Я. Кирпичникова,
В. Б. Филиппов, А. С. Кирпичникова

ДИФРАКЦИЯ ВОЛН СОСКАЛЬЗЫВАНИЯ ОТ ЛИНИИ СКАЧКА КРИВИЗНЫ. (АКУСТИЧЕСКАЯ ТРЕХМЕРНАЯ СРЕДА)

Введение

В трехмерном пространстве $\mathbf{R}^3$ имеется тело Ω, ограниченное поверхностью $\partial\Omega$, состоящей из двух частей $\partial\Omega^-$ и $\partial\Omega^+$, гладко переходящих друг в друга и сопряженных по линии $l \in \partial\Omega$ разрыва кривизны. Будут рассмотрены два случая разрыва кривизны по линии l: кривизна одного знака ($k^- > 0$, $k^+ > 0$, $k^- \neq k^+$), и случай положительной кривизны ($k^- > 0$) сопряженной по линии l с нулевой ($k^+ = 0$).

Исследуется задача дифракции волны соскальзывания от линии разрыва кривизны, причем учитывается случай существенно косого падения так, что угол φ, составленный лучем волны соскальзывания на поверхности $\partial\Omega^-$ с линией сопряжения l – острый. Заметим, что в рамках коротковолновой асимптотики угол φ не должен быть близок к нулю, а величина $|k\sin\varphi|$ должна служить асимптотическим параметром и быть $|k\sin\varphi| \gg 1$. При $\varphi = \pi/2$ аналогичная задача в двумерном варианте была рассмотрена в статьях авторов [1, 2, 3].

Предполагаются выполненными условия применимости коротковолновой асимптотики, т.е. характерные размеры тела Ω: радиусы кривизн и диаметры достаточно велики по сравнению с длиной волны. Рассеянное поле будем искать в некоторой окрестности, характерной для сосредоточенных приповерхностных волн.

Распространение волн в различных средах приводит нас к уравнению Гельмгольца с краевыми условиями Дирихле, Неймана или условиями импедансного вида, в зависимости от поляризации падающего поля. Такие решения допускают аналитическое продолжение по большому параметру k (k – модуль волнового

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант 96-01-00666.

вектора $\mathbf{k}$) в область $\operatorname{Im} k > 0$, и при больших k экспоненциально убывают по мере удаления от $\partial\Omega$. В этом смысле исследуемые решения (волны соскальзывания) удовлетворяют классическому принципу предельного поглощения при удалении от поверхности $\partial\Omega$.

Пусть фронт волны соскальзывания пересекает поверхность $\partial\Omega^-$ вдоль кривой $L_{fr} \in \partial\Omega^-$. Из каждой точки кривой L_{fr} ортогонально к ней выпустим луч L_c, вдоль которого со скоростью c распространяется волна соскальзывания, набегающая на линию сопряжения l со стороны $\partial\Omega^-$. Введем вблизи тела Ω криволинейную полугеодезическую систему координат $(q^1, q^2, q^3) = (\tau, \alpha, n)$ следующим образом. На поверхности $\partial\Omega$ определим лучевые координаты произвольной точки $M_0 = (\tau, \alpha, n = 0)$ так, что координата α изменяется вдоль кривой L_{fr} на поверхности $\partial\Omega$, а координата τ – вдоль луча $L_c \in \partial\Omega$ волны соскальзывания.

Зафиксируем некоторый луч L_c. Вдоль этого луча координата $q^2 = \alpha$ не меняется и равна некоторой константе $\alpha = 0$. Вдоль луча L_c, который является экстремалью интеграла Ферма, изменяется параметр $q^1 = \tau$, характеризующий положение точки $N = (\tau, 0, 0)$ на луче

$$\tau(N_0, N) = \int_{N_0}^{N} \frac{ds}{c},$$

где N_0 – некоторая фиксированная точка луча с координатами $(\tau_0, 0, 0)$. Параметр $q^3 = n$ есть расстояние от произвольной точки M тела Ω до поверхности $\partial\Omega$ по нормали к ней так, что внутренним точкам Ω соответствуют значения $n < 0$, а внешним – значения $n > 0$. В случае постоянной скорости c параметр $\tau(N_0, N) = c^{-1}(s - s_0)$, где параметр s – длина дуги луча L_c.

Радиус-вектор $\mathbf{R}(M)$ произвольной точки $M = (\tau, \alpha, n)$ вблизи поверхности $\partial\Omega$ тела Ω имеет вид

$$\mathbf{R}(M) = \mathbf{r}(\tau, \alpha) + n\,\mathbf{n}(\tau, \alpha), \tag{0.1}$$

где $\mathbf{R}(M) = \mathbf{r}(\tau, \alpha)$ – параметрическое уравнение поверхности $\partial\Omega$; $\mathbf{n}(\tau, \alpha)$ – орт внешней нормали к поверхности $\partial\Omega$.

Для компонент метрического тензора имеем

$$\left.\begin{aligned} G_{\tau\tau} &= g_{\tau\tau} - 2nb_{\tau\tau} + n^2(\mathbf{n}'_\tau, \mathbf{n}'_\tau), \quad G_{\tau n} = 0,\\ G_{\tau\alpha} &= g_{\tau\alpha} - 2nb_{\tau\alpha} + n^2(\mathbf{n}'_\tau, \mathbf{n}'_\alpha), \quad G_{\alpha n} = 0,\\ G_{\alpha\alpha} &= g_{\alpha\alpha} - 2nb_{\alpha\alpha} + n^2(\mathbf{n}'_\alpha, \mathbf{n}'_\alpha), \quad G_{nn} = 1, \end{aligned}\right\} \tag{0.2}$$

где

$$g_{11} = g_{\tau\tau}, \quad g_{12} = g_{21} = g_{\tau\alpha} = 0, \quad g_{22} = g_{\alpha\alpha},$$

$$b_{\tau\tau}, \quad b_{\tau\alpha}, \quad b_{\alpha\alpha}$$

– коэффициенты соответственно первой и второй квадратичных форм Гаусса поверхности $\partial\Omega$.

Элемент длины ds в системе координат q^1, q^2, q^3 определяется равенством

$$ds^2 = G_{ij}\, dq^i dq^j .$$

Матрица $\|G_{ij}\|$ из компонент метрического тензора в пространстве q^1, q^2, q^3 обратна матрице $\left\|G^{ij}\right\|$,

$$g = \det \|G_{ij}\|, \quad g_0 = \det \|g_{ij}\| = g|_{\partial\Omega}.$$

Итак, вблизи поверхности $\partial\Omega$ введена ортогональная полугеодезическая система координат (τ, α, n): $q^1 = \tau$, $q^2 = \alpha$, $q^3 = n$. В окрестности $\partial\Omega$ якобиан перехода от декартовых координат к введенным полугеодезическим координатам отличен от нуля.

Для случая сопряжения по линии l выпуклой $(k^- > 0)$, $\partial\Omega^-$ и плоской $(k^+ = 0)$, $\partial\Omega^+$ поверхностей, ограничивающих тело Ω, мы будем применять как полугеодезическую систему координат, так и декартову с началом в точке пересечения некоторого фиксированного луча волны соскальзывания и линии сопряжения. Такое сопряжение можно выполнить, например, если поверхность $\partial\Omega^-$ – цилиндрическая, а линия разрыва кривизн l – образующая цилиндра.

§1. Постановка задачи дифракции вблизи линии сопряжения

Предположим, что волновой вектор $\mathbf{k} = \frac{\boldsymbol{\omega}}{c}$ волны соскальзывания направлен вдоль луча по $\nabla\tau$ и составляет с кривой сопряжения l угол φ. Точку $(\tau = 0, \alpha = 0, n = 0)$ пересечения некоторого фиксированного луча и кривой сопряжения будем считать началом декартовой системы координат. Ось y-ов направим вдоль линии сопряжения l, ось z – по нормали $\mathbf{n}(0,0)$ к поверхности $\partial\Omega$ и, следовательно, вдоль координатной линии $q^3 = n$, ось x-ов по касательной к поверхности $\partial\Omega$ перпендикулярно линии сопряжения l так, что ось x-ов составляет с лучом L_c угол $\pi/2 - \varphi$.

В некоторой окрестности поверхности $\partial\Omega$ со стороны отрицательных x-ов образуются волны соскальзывания, причем условие их сосредоточенности может быть сформулированно как выполнение следующего неравенства:

$$\frac{\partial}{\partial n}\left(G^{\tau\tau} - \frac{1}{c^2}\right)\bigg|_{n=0} > 0,$$

которое можно переписать в виде

$$\frac{2}{c^2}\left(k(\tau,\alpha) + \frac{1}{c}\frac{\partial c}{\partial n}\right)\bigg|_{n=0} > 0. \tag{1.1}$$

В формуле (1.1) через $k(\tau,\alpha)$ обозначена кривизна нормального сечения поверхности $\partial\Omega$ вдоль луча L_c в точке с координатами (τ,α) равная

$$\frac{1}{R(\tau,\alpha)} = k(\tau,\alpha) = \frac{b_{\tau\tau}}{g_{\tau\tau}} = -\frac{(\mathbf{r}'_\tau, \mathbf{n}'_\tau)}{c^2},$$

где $\mathbf{r}'_\tau/c$ – единичный вектор касательной к лучу L_c, направленный по $\nabla\tau$, $R(\tau,\alpha)$ – радиус кривизны нормального сечения поверхности $\partial\Omega$ вдоль луча L_c.

В случае переменной скорости распространения волн вводится величина $\mathcal{K}(\tau,\alpha)$ равная

$$\mathcal{K}(\tau,\alpha) = \left(k(\tau,\alpha) + \frac{1}{c}\frac{\partial c}{\partial n}\right)\bigg|_{n=0},$$

которая играет роль эффективной кривизны нормального сечения поверхности $\partial\Omega$ вдоль луча L_c, а обратная ей величина $\mathcal{R} = (\mathcal{K})^{-1}$ обычно называется соответственно эффективным радиусом кривизны. Разрыв эффективного радиуса кривизны нормального сечения вдоль луча может быть организован двумя путями: либо разрыв кривизны луча, либо разрыв градиента скоростей.

Если скорость c постоянна, то условие (1.1) означает, что центр кривизны нормального сечения поверхности вдоль кривой лежит с той стороны, где $n < 0$. Следовательно эффект сосредоточенности волн соскальзывания в слое по n возникает вне тела Ω.

По традиции все понятия связанные с кривизнами будем определять, используя плоскости нормального сечения поверхности вдоль луча L_c, вдоль линии разрыва кривизн, вдоль направления поперечного к l и, наконец, вдоль фронта L_{fr}.

Обозначим радиусы кривизн нормального сечения поверхности $\partial\Omega$ поперек линии l через $R_\perp^-$ и $R_\perp^+$ соответственно. Они связаны с радиусами кривизн кривой, перпендикулярной l, слева и справа от линии разрыва формулами:

$$\frac{\cos\psi^+}{\rho^+} = \frac{1}{R_\perp^+}, \quad \frac{\cos\psi^-}{\rho^-} = \frac{1}{R_\perp^-}, \tag{1.2}$$

где $\psi^\pm$ – углы между главными нормалями кривой, перпендикулярной к l, слева и справа соответственно, и нормалью к поверхности $\mathbf{n}(0,\alpha)$, $\rho^\pm$ – радиусы кривизны кривой, перпендикулярной линии разрыва, слева и справа соответственно. Отметим, что так как луч L_c – геодезическая, то $\rho(\tau,\alpha) = R(\tau,\alpha)$, здесь $\rho(\tau,\alpha)$ – радиус кривизны луча.

В любой точке поверхности существуют два взаимно перпендикулярных направления в касательной плоскости, для которых кривизна $1/R$ достигает максимума и минимума, и если $1/R_1$ и $1/R_2$ – соответствующие этим направлениям значения кривизны, то кривизна любого нормального сечения выражается формулой Эйлера

$$\frac{1}{R} = \frac{\cos^2\theta}{R_1} + \frac{\sin^2\theta}{R_2}, \quad \frac{1}{R_1} > \frac{1}{R_2}, \tag{1.3}$$

в случае эллиптической точки, и

$$\frac{1}{R} = \frac{\cos^2\theta}{R_1}$$

– в параболической точке. Здесь угол θ – угол, образованный касательной к рассматриваемому нормальному сечению с тем же направлением, которое дает максимальную кривизну. Радиусы кривизны R_1 и R_2 называются главными радиусами кривизны нормальных сечений в рассматриваемой точке, и могут быть найдены с помощью гауссовой кривизны $K = \frac{1}{R_1 R_2}$ и средней кривизны поверхности $H = \frac{1}{2}(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})$, которые вычисляются по формулам

$$K = \frac{b_{\tau\tau}b_{\alpha\alpha} - b_{\tau\alpha}^2}{g_{\tau\tau}g_{\alpha\alpha} - g_{\tau\alpha}^2}, \quad H = \frac{g_{\tau\tau}b_{\alpha\alpha} - 2g_{\tau\alpha}b_{\tau\alpha} + g_{\alpha\alpha}b_{\tau\tau}}{2(g_{\tau\tau}g_{\alpha\alpha} - g_{\tau\alpha}^2)}.$$

Итак, в каждой точке поверхности $\partial\Omega$ может быть найдена кривизна нормального сечения вдоль любого направления касательной плоскости через коэффициенты метрического тензора.

Кривизна нормального сечения вдоль направления перпендикулярного к данному (1.3) равна

$$\frac{1}{R_\perp} = \frac{\sin^2\theta}{R_1} + \frac{\cos^2\theta}{R_2}, \quad \frac{1}{R} + \frac{1}{R_\perp} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Обратимся к выводу важнейшей формулы для задачи о "косом" падении волны соскальзывания на линию разрыва кривизн. Проведя несложные, но громоздние преобразования, найдем кривизну нормального сечения поверхности $\partial\Omega$ вдоль луча через кривизны нормальных сечений вдоль линии сопряжения и вдоль перпендикулярного к линии направления, если угол, составленный касательными к лучу и к линии сопряжения, равен φ. Обозначим радиусы кривизн нормального сечения вдоль линии разрыва и вдоль перпендикулярного ему направления соответственно через $R_\|$ и $R_\perp$, а радиус кривизны вдоль луча через R_L. Тогда кривизна нормального сечения вдоль луча выразится следующей формулой

$$\frac{1}{R_L} = \frac{\cos^2\varphi}{R_\|} + \frac{\sin^2\varphi}{R_\perp} + 2\cos\varphi\sin\varphi\left(\frac{1}{R_\|} + \frac{1}{R_\perp}\right). \tag{1.4}$$

Исследуется задача дифракции волны соскальзывания, набегающей со стороны поверхности $\partial\Omega^-$, $(x < 0)$, на линию $l \in \partial\Omega$. В зависимости от поляризации падающего поля, рассеянное поле будет соответственно удовлетворять условию Дирихле $u\big|_{\partial\Omega} = 0$, Неймана $\frac{\partial u}{\partial n}\big|_{\partial\Omega} = 0$ или импедансному условию $\big[\frac{\partial u}{\partial n} + ikZ(\tau,\alpha)u\big]\big|_{\partial\Omega} = 0$ на поверхности $\partial\Omega$.

Рассмотрим сначала случай разрыва кривизн одного знака ($\mathcal{K}^\pm > 0$, $\mathcal{K}^+ \neq \mathcal{K}^-$). Волны соскальзывания удовлетворяют следующей задаче:

$$(\Delta + k^2)u = 0, \quad k^2 = \frac{\omega^2}{c^2},$$

$$\Theta u\big|_{\partial\Omega} = 0, \tag{1.5}$$

$$\Theta = \begin{cases} 1, & \text{в случае условия Дирихле,} \\ \dfrac{\partial}{\partial n}, & \text{в случае условия Неймана,} \\ \dfrac{\partial}{\partial n} + ikZ, & \text{в случае импедансного условия,} \end{cases}$$

$$(u - u^c)\big|_{x\to -\infty} \quad \to 0,$$

n – внешняя нормаль, u^c – волна соскальзывания.

Будем искать решение задачи (1.5) в окрестности границы $\partial\Omega$ при малом $n > 0$, $(z > 0)$.

Как известно, волна соскальзывания имеет следующее асимптотическое разложение в главном приближении (краевое условие Дирихле):

$$u^c \sim \exp\{i\omega \int\limits_{\tau_0}^{\tau} \frac{ds}{c^2(\tau,\alpha,0)} + i\frac{\omega^{1/3}\zeta_1}{2} \int\limits_{\tau_0}^{\tau} g_{\tau\tau}\psi^2(\tau,\alpha)\,d\tau\}$$

$$\times A_0^-(\tau,\alpha)\frac{w_1(\zeta_1-\nu)}{w_1'(\zeta_1)}. \tag{1.6}$$

Здесь амплитудный множитель $A_0^-(\tau,\alpha)$ равный

$$A_0^-(\tau,\alpha) = A_0^-(\alpha)\sqrt[4]{\frac{g_{\tau\tau}}{g_{\alpha\alpha}}}\sqrt[6]{\psi(\tau,\alpha)}$$

зависит от начальных данных задачи через посредство множителя $A_0^-(\alpha)$, функция ψ определена равенством

$$\psi(\tau,\alpha) = \sqrt[3]{\frac{2}{g_{\tau\tau}}\left(\frac{b_{\tau\tau}}{g_{\tau\tau}} + \frac{1}{c}\frac{\partial c}{\partial n}\right)}. \tag{1.7}$$

Используя эффективную кривизну нормального сечения поверхности $\partial\Omega$ вдоль луча L_c

$$\mathcal{K}(\tau,\alpha) = \left(\frac{1}{R(\tau,\alpha)} + \frac{1}{c}\frac{\partial c}{\partial n}\right),$$

эффективный радиус кривизны $\mathcal{R} = (\mathcal{K})^{-1}$ и учитывая равенство $g_{\tau\tau} = c^2(\tau,\alpha,0)$, получаем

$$\psi(\tau,\alpha) = \sqrt[3]{\frac{2}{c^2}\mathcal{K}(\tau,\alpha)} = \sqrt[3]{\frac{2}{c^2\mathcal{R}(\tau,\alpha)}}.$$

Кроме того в формулах (1.6), (1.7) вместо переменной n введена переменная ν равная

$$\nu = \omega^{2/3}\psi(\tau,\alpha)n = \left(\frac{k\mathcal{R}}{2}\right)^{2/3}\frac{2n}{\mathcal{R}}, \quad \Upsilon(\tau,\alpha) = \frac{k\mathcal{R}}{2} \gg 1,$$

w_1 – первая функция Эйри, ζ_1 – первый корень функции $w_1(t)$, $\arg\zeta_1 = \pi/3$. Обозначим асимптотический параметр задачи $\frac{k\mathcal{R}}{2}$ через Υ.

Выражение волн соскальзывания для краевых условий Неймана и импедансного отличаются от условий Дирихле (1.6) лишь множителем, зависящим от параметра ν. Вместо этого множителя

$$\frac{w_1(\zeta_1 - \nu)}{w_1'(\zeta_1)},$$

следует подставить для условия Неймана множитель

$$-\frac{w_1(\zeta_1' - \nu)}{w_1(\zeta_1')}\frac{w_2(\zeta_1')}{w_2'(\zeta_1')}, \quad w_1'(\zeta_1') = 0, \tag{1.6$'$}$$

при импедансном условии следующее выражение

$$-\frac{w_1(\zeta_1'' - \nu)}{w_1'(\zeta_1'')}\frac{w_2(\zeta_1'')}{[w_2'(\zeta_1'') + ikZw_2(\zeta_1'')]},$$

$$w_1'(\zeta_1'') + ikZw_1(\zeta_1'')] = 0. \tag{1.6$''$}$$

Здесь ζ_1' – первый корень функции $w_1'(t)$, ζ_1'' – соответственно первый корень уравнения $[w_1'(\zeta_1'') + ikZw_1(\zeta_1'')] = 0$. Из формул видно, что импедансное условие идентично условию Дирихле.

В случае постоянной скорости волна соскальзывания приобретает следующий вид

$$u^c \sim A_0^-(\tau, \alpha)\exp\Bigg\{ik(s - s_0)$$

$$+i\left(\frac{k}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\zeta_1\int\limits_{s_0}^{s}\frac{ds}{(R_L(s,\alpha))^{\frac{2}{3}}}\Bigg\}\frac{w_1(\zeta_1 - \nu)}{w_1'(\zeta_1)}, \tag{1.8}$$

где амплитуда вдоль луча $A_0^-(\tau, \alpha)$ равна

$$A_0^-(\tau, \alpha) = A_0^-(\alpha)\frac{1}{\sqrt[4]{g_{\alpha\alpha}}}\sqrt[6]{\frac{R_L(s_0, \alpha)}{R_L(s, \alpha)}}. \tag{1.9}$$

Амплитудный множитель $(\sqrt[4]{g_{\alpha\alpha}})^{-1}$ учитывает расходимость поля лучей на поверхности $\partial\Omega$. Отметим, что амплитуда $A_0^-(\tau, \alpha)$

получена из соответствующего уравнения переноса вдоль рассматриваемого луча по рецепту книги [4] с учетом высших приближений. В формулах (1.8), (1.9) введены следующие обозначения: $k = \frac{\omega}{c}$, $\nu = \left(\frac{kR_L(s,\alpha)}{2}\right)^{2/3} \frac{2n}{R_L(s,\alpha)}$, $(s_0, \alpha, 0)$ – начальная точка поверхности $\partial\Omega^-$, в которой зафиксирована волна соскальзывания, s – длина дуги вдоль луча L_c на поверхности $\partial\Omega$, $R_L(s,\alpha)$ – радиус кривизны нормального сечения поверхности вдоль луча в точке (s,α).

Волна соскальзывания является решением уравнения Гельмгольца, а функция $\hat{u}$ введенная по формуле

$$u = \exp\{i\omega(\tau - \tau_0)\}A_0^-(\tau,\alpha)\hat{u}, \tag{1.10}$$

удовлетворяет уравнению

$$\left(2i\omega\frac{\partial}{\partial\tau} + \frac{\partial^2}{\partial n^2} + \frac{\omega^2}{c^2}\frac{2n}{\mathcal{R}^-(\tau,\alpha)} + O(\omega)\right)\hat{u} = 0, \tag{1.11}$$

где $x < 0$, $n > 0$.

Рассмотрим уравнение (1.11) в малой окрестности линии сопряжения l, $(x < 0, \forall\alpha, n > 0)$. Зафиксируем точку пересечения произвольного луча на поверхности $\partial\Omega^-$ и обозначим ее через (τ_1, α). Слева от l $(x < 0)$ введем новые переменные ν и σ вместо n и τ по формулам:

$$\nu = \Upsilon^{2/3}(\tau_1,\alpha)\frac{2n}{\mathcal{R}^-(\tau_1,\alpha)}, \quad \sigma^- = \Upsilon^{1/3}(\tau_1,\alpha)\frac{c(\tau-\tau_1)}{\mathcal{R}^-(\tau_1,\alpha)},$$

здесь $\mathcal{R}^-(\tau_1,\alpha) = \mathcal{R}^-$ – эффективный радиус кривизны нормального сечения поверхности вдоль луча L_c в точке (τ_1,α), $(\tau_0 \leqslant \tau \leqslant \tau_1)$, слева от кривой разрыва кривизны l.

Тогда получим параболическое уравнение (в главном приближении по ω)

$$\left(i\frac{\partial}{\partial\sigma} + \frac{\partial^2}{\partial\nu^2} + \nu\right)\hat{u} = 0, \quad \sigma < 0, \quad \nu > 0. \tag{1.12}$$

Решение уравнения (1.12) слева вблизи l имеет следующий вид (для краевого условия Дирихле):

$$\hat{u} = \hat{u}^c = \exp\{i(\sigma - \sigma_0)\zeta_1\}\frac{w_1(\zeta_1 - \nu)}{w_1'(\zeta_1)}, \quad w_1(\zeta_1) = 0. \tag{1.13}$$

Отметим, что для других краевых условий формула (1.13) отличается лишь заменой множителя, зависящего от ν и определяемого формулами (1.6′), (1.6″).

Волна соскальзывания, определяемая формулами (1.10), (1.13) набегает на границу перехода поверхностей $\partial\Omega^-$ и $\partial\Omega^+$. Ясно, что справа от этой линии при $x > 0$ функция (1.13) перестает быть решением задачи (1.5) с эффективным радиусом кривизны $\mathcal{R}^+(\tau_1, \alpha) = \mathcal{R}^+$.

Из физических соображений, а также из рассмотрения аналогичных эталонных задач, следует ожидать, что волна отраженная от границы скачка кривизны и идущая обратно будет величиной второго порядка малости, следовательно, в первом приближении ею можно пренебречь.

В этом предположении решение задачи при $x > 0$ (в главном приближении) можно найти следующим способом. Используем приемы получения решения при дифракции волны соскальзывания, падающей перпендикулярно на линию разрыва [1, 2]. В отличие от этих случаев здесь луч L_c составляет с линией разрыва угол φ. Набегающая волна в поперечном к линии l направлении дифрагирует от разрыва кривизны, а в продольном направлении изменяется непрерывно.

В связи с этим обстоятельством представим решение задачи (1.5) в криволинейных координатах (τ', α', n). Координата τ' изменяется в поперечном к линии l направлении, (т.е. вдоль оси x), причем $\tau' = 0$ это есть сама линия разрыва l, а координата α' изменяется вдоль l (по оси y) так, что

$$\alpha'\sqrt{g_{\alpha'\alpha'}} = c\tau\,\cos\varphi + \alpha\sqrt{g_{\alpha\alpha}}\sin\varphi,$$

$$\tau'\sqrt{g_{\tau'\tau'}} = c\tau\,\sin\varphi - \alpha\sqrt{g_{\alpha\alpha}}\cos\varphi,$$

при этом

$$c\tau = \alpha'\sqrt{g_{\alpha'\alpha'}}\,\cos\varphi + \tau'\sqrt{g_{\tau'\tau'}}\sin\varphi.$$

Точка (τ_1, α) пересечения фиксированного луча и линии сопряжения l в координатах (τ', α') превратится в $(\tau' = 0, \alpha'_1)$.

Выбирая решение задачи (1.5) слева от линии разрыва в виде

$$u = e^{(ik[\alpha'\sqrt{g_{\alpha'\alpha'}}\cos\varphi + \tau'\sqrt{g_{\tau'\tau'}}\sin\varphi] - i\omega\tau_0)} A_0^-(\tau', \alpha') U(\tau', \alpha', n)$$

$$= \exp\{i\omega(\tau - \tau_0)\} A_0^-(\tau, \alpha)\hat{u}(\tau, \alpha, n), \quad \tau' < 0, \quad \tau < \tau_1, \quad n > 0,$$

и подставляя в уравнение Гельмгольца, получаем вместо уравнения (1.11) следующее

$$2ik\left(\frac{\sin\varphi}{\sqrt{g_{\tau'\tau'}}}\frac{\partial U}{\partial\tau'}+\frac{\cos\varphi}{\sqrt{g_{\alpha'\alpha'}}}\frac{\partial U}{\partial\alpha'}\right)$$

$$+\frac{ik}{2}U\left(\frac{\sin\varphi}{\sqrt{g_{\tau'\tau'}}}\frac{\partial}{\partial\tau'}+\frac{\cos\varphi}{\sqrt{g_{\alpha'\alpha'}}}\frac{\partial}{\partial\alpha'}\right)\ln\frac{g_{\alpha'\alpha'}}{g_{\tau'\tau'}}+\frac{\partial^2 U}{\partial n^2}$$

$$+2k^2 n\left[\frac{\cos^2\varphi}{R_\parallel}+\frac{\sin^2\varphi}{R_\perp}+\sin 2\varphi\left(\frac{1}{R_\parallel}+\frac{1}{R_\perp}\right)+\frac{\partial\ln c}{\partial n}\right]U+O(k)=0. \quad (1.14)$$

В квадратных скобках уравнения (1.14) помещена эффективная кривизна, обратная эффективному радиусу кривизны нормального сечения вдоль луча $\mathcal{R}^-(\tau',\alpha')$ слева от линии l. В круглых скобках этого уравнения стоит сумма частных производных по τ' и α', которая составляет производную по τ. Вводя вблизи линии разрыва переменную σ, получаем вновь вместо уравнения (1.14) уравнение (1.12).

Функция $U(\tau',\alpha',\nu^-)$ (для задачи Дирихле) вблизи линии l и слева от нее может быть представлена формулой:

$$U(\tau',\alpha',\nu^-)=\exp\{i(\sigma(\tau',\alpha')-\sigma_0)\zeta_1\}\,\frac{w_1(\zeta_1-\nu^-)}{w_1'(\zeta_1)}. \quad (1.15)$$

В формуле (1.15) переменная $\sigma=\sigma^-$ определяет “растянутую” координату

$$\sigma^-=(\Upsilon(\tau_1,\alpha))^{1/3}\frac{c(\tau-\tau_1)}{\mathcal{R}^-(\tau_1,\alpha)},\quad \tau\leqslant\tau_1,\quad \sigma^-\leqslant 0,$$

для которой

$$c\tau=\alpha'\sqrt{g_{\alpha'\alpha'}}\,\cos\varphi+\tau'\sqrt{g_{\tau'\tau'}}\sin\varphi.$$

Эту же функцию (1.15) запишем в виде сомножителей

$$U(\tau',\alpha',\nu^-)=e^{-i\sigma_0\zeta_1}U_1(\tau')U_2(\alpha')U_3^{D(N,I)}(\nu^-)$$

$$=\hat{u}^c=e^{i(\sigma-\sigma_0)\zeta_1}U_3^{D(N,I)}(\nu^-),\quad \tau'\leqslant 0,\quad \sigma\leqslant 0, \quad (1.16)$$

где

$$U_1(\tau')=\exp\{i(\Upsilon(\tau_1,\alpha))^{1/3}\frac{\tau'\sqrt{g_{\tau'\tau'}}\sin\varphi\zeta_1}{\mathcal{R}^-(\tau_1,\alpha)}\},\quad \tau'\leqslant 0,$$

$$U_2(\alpha') = \exp\{i(\Upsilon(\tau_1,\alpha))^{1/3}\frac{(\alpha'-\alpha'_1)\sqrt{g_{\alpha'\alpha'}}\,\cos\varphi\zeta_1}{\mathcal{R}^-(\tau_1,\alpha)}\}, \quad \alpha' \leqslant \alpha'_1,$$

$$U_3^D(\nu^-) = \frac{w_1(\zeta_1-\nu^-)}{w'_1(\zeta_1)}, \quad U_3^N(\nu^-) = -\frac{w_1(\zeta'_1-\nu)}{w_1(\zeta'_1)}\frac{w_2(\zeta'_1)}{w'_2(\zeta'_1)},$$

$$U_3^I(\nu^-) = -\frac{w_1(\zeta''_1-\nu)}{w'_1(\zeta''_1)}\frac{w_2(\zeta''_1)}{[w'_2(\zeta''_1)+ikZw_2(\zeta''_1)]}, \quad \nu^- \geqslant 0.$$

Для сомножителей U_1U_3 решения (1.16), координаты которых изменяются перпендикулярно линии сопряжения, применим технику построения функций Грина в случае прямого падения (см. [1, 2]). Заметим, что при стремлении $\sigma^- \to 0$ одновременно стремится к нулю τ', оставаясь отрицательным, и $\alpha' \to \alpha'_1$.

§2. Нахождение функции Грина

В окрестности линии разрыва кривизны после выделения главного осциллирующего множителя $\exp\{ikc\tau\}$, $\tau > \tau_1$, а также амплитудного $A_0^+(\tau,\alpha)$, волна $u = u^+ = \exp\{ikc\tau\}A_0^+(\tau,\alpha)U^+$ будет удовлетворять параболическому уравнению, аналогичному (1.11), но с кривизной $\mathcal{R}^+$

$$\Big(2i\omega\frac{\partial}{\partial\tau} + \frac{\partial^2}{\partial n^2} + \frac{\omega^2}{c^2}\frac{2n}{\mathcal{R}^+(\tau,\alpha)}\Big)U^+ = 0, \quad n > 0, \quad \tau > \tau_1, \quad \forall\alpha.$$

и соответствующему граничному условию

$$\Theta U^+\big|_{\partial\Omega^+} = 0, \quad n = 0, \quad \tau > \tau_1, \quad \forall\alpha.$$

Для удобства записи и для "сшивания" с решением слева от точки разрыва кривизны, введем растянутые координаты

$$\nu^+ = (\Upsilon(\tau_1,\alpha))^{2/3}\frac{2n}{\mathcal{R}^+(\tau_1,\alpha)}, \quad \nu^+ = \nu^-\left(\frac{\mathcal{R}^-(\tau_1,\alpha)}{\mathcal{R}^+(\tau_1,\alpha)}\right)^{1/3},$$

$$\sigma^+ = (\Upsilon(\tau_1,\alpha))^{1/3}\frac{c(\tau-\tau_1)}{\mathcal{R}^+(\tau_1,\alpha)}, \quad \tau \geqslant \tau_1, \quad \sigma^+ \geqslant 0. \qquad (2.1)$$

Здесь $\mathcal{R}^+(\tau_1,\alpha)$ – эффективный радиус кривизны нормального сечения луча справа от линии разрыва кривизны. В дальнейшем знак $+$ сверху у σ и ν далее писать не будем.

Вводя справа от линии разрыва l по тому же принципу, что и слева, координаты (τ',α'), получим следующую задачу для функции $U^+(\tau',\alpha',\nu)=U^+=U^+(\sigma,\alpha,\nu)$:

$$\Big(i\frac{\partial}{\partial\sigma}+\frac{\partial^2}{\partial\nu^2}+\nu\Big)\,U^+=0,\ \nu>0,\ \sigma>0,\ (\tau'>0,\ \alpha'>\alpha_1'),$$

$$\sigma=\sigma^+=(\Upsilon(\tau_1,\alpha))^{1/3}\frac{\alpha'\sqrt{g_{\alpha'\alpha'}}\,\cos\varphi+\tau'\sqrt{g_{\tau'\tau'}}\sin\varphi-c\tau_1}{\mathcal{R}^+(\tau_1,\alpha)},$$

$$\sigma=\sigma^+=\sigma(\alpha),\quad \nu=\nu^+=\nu(\alpha),$$

$$\Theta U^+=0,\quad \nu=0,\quad \sigma>0,\quad (\tau'>0,\quad \alpha'>\alpha_1'),\tag{2.2}$$

$$U^+=e^{-i\sigma_0\zeta_1}U_3^{D(N,I)}(\nu^-),\,\nu>0,\sigma=0,\,\forall\alpha,(\tau'=0,\alpha'=\alpha_1').$$

Для исследования задачи (2.2) используем функцию Грина

$$G(M,M_0)=G^{D(N,I)}(M,M_0),$$

$$M=(\sigma,\alpha,\nu),\quad M_0=(\sigma=0,\alpha,\nu_0),\quad \sigma\geqslant0,\forall\alpha,\nu\geqslant0,\nu_0\geqslant0.$$

смешанной задачи:

$$\Big(i\frac{\partial}{\partial\sigma}+\frac{\partial^2}{\partial\nu^2}+\nu\Big)G(M,M_0)=0,\ \sigma>0,\ \nu>0,\ \forall\alpha,$$

$$\Theta G(M,M_0)=0,\quad \sigma>0,\quad \nu=0,\quad \forall\alpha,\tag{2.3}$$

$$G(M,M_0)=\delta(\nu-\nu_0),\quad \sigma=0,\quad \nu>0,\quad \forall\alpha.$$

Тогда решение задачи (2.2) будет даваться квадратурой:

$$U^+(\sigma,\alpha,\nu)=\int\limits_0^\infty e^{-i\sigma_0\zeta_1}U_3^{D(N,I)}\left(\nu_0\left(\frac{\mathcal{R}^+(\tau_1,\alpha)}{\mathcal{R}^-(\tau_1,\alpha)}\right)^{1/3}\right)\times$$

$$\times G(\sigma,\alpha,\nu;0,\alpha,\nu_0)\mu(\nu_0,\nu_1,\nu_2)d\nu_0,\tag{2.4}$$

где $\mu(\nu_0,\nu_1,\nu_2)$ – нейтрализатор,

$$\mu\equiv1\ \text{ при }\ \nu_0<\nu_1,\quad \mu\equiv0\ \text{ при }\ \nu_0>\nu_2,\quad \mu\in C^\infty(0,\infty).$$

Представим *функцию Грина задачи дифракции от линии разрыва двух выпуклых поверхностей* (координата α входит в формулы как параметр,ввиду того, что координаты $\nu^\pm,\sigma^\pm$ зависят от α):

Проводя ряд преобразований, окончательно для функции Грина $G^D(\alpha;\sigma,\nu^+;0,{\nu_0}^+)$ получим формулы в случае, если переменные $\nu^+,{\nu_0}^+$ принадлежат рассматриваемому пограничному слою и, поэтому, удовлетворяют условию $\nu=O(1)$, $\nu_0=O(1)$. Эти формулы будут в главном приближении представлены *либо рядом с бесконечным числом слагаемых* по числу корней функции Эйри w_1 (условие Дирихле), производной функции Эйри w_1' (условие Неймана), корней сложной функции $w_1'+ikZw_1$ (импедансное граничное условие); *либо классическим интегралом В. А. Фока*:

$$G^{D(N,I)}(\alpha,\sigma,\nu^+;0,{\nu_0}^+)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_C e^{i\sigma\zeta}\times$$

$$\times w_1(\zeta-\nu_>^+)\left[w_2(\zeta-\nu_<^+)-\frac{\Theta w_2(\zeta)}{\Theta w_1(\zeta)}w_1(\zeta-\nu_<^+)\right]d\zeta. \qquad (2.5)$$

Здесь $\nu_>^+$ (соответственно $\nu_<^+$) – наибольшее (соответственно наименьшее) из выражений

$$\nu^+=k^{2/3}\left(\frac{2}{\mathcal{R}^+(\tau_1,\alpha)}\right)^{1/3}n, \quad {\nu_0}^+=k^{2/3}\left(\frac{2}{\mathcal{R}^+(\tau_1,\alpha)}\right)^{1/3}n_0,$$

контур интегрирования C охватывает в положительном направлении в соответствии с рассмотренными граничными условиями либо нули функции Эйри w_1 (либо нули производной функции Эйри w_1', либо корни уравнения $w_1'+ikZw_1=0$) и соответствующие полюса подинтегрального выражения для функции Грина, лежащие на полупрямой $\arg\zeta=\pi/3$.

Знак Θ определен условиями

$$\Theta=\begin{cases} 1, & \text{в случае условия Дирихле,}\\ \dfrac{\partial}{\partial n}, & \text{в случае условия Неймана,}\\ \dfrac{\partial}{\partial n}+ikZ, & \text{в случае импедансного условия.}\end{cases}$$

Интеграл (2.5) в области $\sigma^+>0$ (т.е. в области глубокой тени) можно заменить на ряд по вычетам и взять только первое слагаемое (первый корень уравнений $w_1(\zeta)=0$, $w_1'(\zeta)=0$, $w_1'(\zeta)+ikZw_1(\zeta)=0$ соответственно для разных краевых задач).

Приведем формулы для функции Грина при различных выражениях для Θ, учитывая лишь первый корень ζ_1, (ζ_1', ζ_1''):

$$G^D(\sigma,\alpha,\nu;0,\alpha,\nu_0) = -\frac{2\,e^{i\sigma\zeta_1}}{[w_1'(\zeta_1)]^2} w_1(\zeta_1-\nu)w_1(\zeta_1-\nu_0) + \ldots . \quad (2.6)$$

$$G^N(\sigma,\alpha,\nu;0,\alpha,\nu_0) = \frac{2\,e^{i\sigma\zeta_1'}}{\zeta_1'[w_1(\zeta_1')]^2} w_1(\zeta_1'-\nu)w_1(\zeta_1'-\nu_0) + \ldots . \quad (2.7)$$

Функция Грина импедансной задачи G^I в главном приближении не отличается от функции G^D.

В задаче дифракции при нахождении функции Грина для случая перехода поверхности с положительной кривизной $\partial\Omega^-$ в полуплоскость $\partial\Omega^+$, $(\mathcal{K}^- > 0, \mathcal{K}^+ = 0)$ отличие состоит лишь в отсутствии последнего слагаемого уравнения (2.3) при $\sigma > 0$, $\nu > 0$, $\forall\alpha$:

$$\left(i\frac{\partial}{\partial\sigma} + \frac{\partial^2}{\partial\nu^2}\right)G(M,M_0) = 0, \quad \sigma > 0, \nu > 0, \quad \forall\alpha,$$
$$\Theta G(M,M_0) = 0, \quad \sigma > 0, \quad \nu = 0, \quad \forall\alpha, \quad (2.8)$$
$$G(\sigma,\alpha,\nu;0,\alpha,\nu_0) = \delta(\nu-\nu_0), \quad \sigma = 0, \quad \nu > 0 \quad \forall\alpha.$$

В задаче (2.8) переменные σ и ν введены по формулам:

$$\sigma = \left(\frac{k}{2}\right)^{1/3} \frac{(s-s_1)}{(\mathcal{R}^-(\tau_1,\alpha))^{2/3}}, \quad \nu = \left(\frac{k}{2}\right)^{2/3} \frac{2z}{(\mathcal{R}^-(\tau_1,\alpha))^{1/3}},$$
$$s - s_1 = x\sin\varphi + (y-y_1)\cos\varphi.$$

Решение соответствующей задачи дается, также как и в задачах дифракции волны соскальзывания от линии сопряжения двух поверхностей с разными положительными эффективными радиусами кривизны, формулой (2.4).

Нахождению функции Грина посвящены работы авторов [1–3]. Здесь приведем формулы для функций Грина задачи (2.8) во всех трех случаях граничных условий в случае сопряжения положительной кривизны с нулевой:

$$G^D(\alpha;\sigma,\nu;0,\nu_0) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\sigma}}\left[e^{\frac{i(\nu-\nu_0)^2}{4\sigma}} - e^{\frac{i(\nu+\nu_0)^2}{4\sigma}}\right], \quad (2.9)$$

$$G^N(\alpha;\sigma,\nu;0,\nu_0) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\sigma}}\left[e^{\frac{i(\nu-\nu_0)^2}{4\sigma}} + e^{\frac{i(\nu+\nu_0)^2}{4\sigma}}\right], \quad (2.10)$$

$$G^I(\alpha;\sigma,\nu;0,\nu_0) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\sigma}}\Big[e^{\frac{i(\nu-\nu_0)^2}{4\sigma}} + e^{\frac{i(\nu+\nu_0)^2}{4\sigma}}\,\frac{\nu+\nu_0-2kZ}{\nu+\nu_0+2kZ}\Big]. \quad (2.11)$$

Отметим, что общая формула (2.4) получения амплитуды дифракционного поля для различных случаев сопряжения поверхностей $\partial\Omega^-$ и $\partial\Omega^+$ (либо разрыв кривизн одного знака либо сопряжение выпуклой поверхности с полуплоскостью) дает нам различные по поведению функции Грина: либо это линейная комбинация функций Эйри (формулы (2.6)–(2.7)), либо линейная комбинация экспонент, приведенная в формулах (2.9)–(2.11). Отличие в граничных условиях Дирихле, Неймана и условиях импедансного вида приводит к отличию в формулах для падающего поля u^c и к различным коэффициентам при фундаментальных решениях, из которых состоят функции Грина. Так в формулах для функций Грина (2.9)–(2.11) в случае сопряжения выпуклой поверхности с полуплоскостью G^D и G^N отличаются знаками $-$ и $+$ между экспонентами, а G^I – множителями 1 и

$$+\frac{\nu+\nu_0-2kZ}{\nu+\nu_0+2kZ)}$$

между теми же экспонентами.

Проанализируем интенсивность волнового процесса $u^\pm(\alpha,\sigma,\nu)$ в окрестности границы при переходе луча через линию сопряжения в точке $(\tau_1,\alpha,0)$ на поверхности $\partial\Omega$, т.е. при увеличении $|\sigma|$ от нуля. Для этого найдем разложение вблизи границы $\partial\Omega$ волны дифрагированной от линии разрыва эффективной кривизны

$$u = u^+ = \exp\{ikc\tau\}A_0^+(\tau,\alpha)U^+(\sigma,\alpha,\nu),$$

где функция $U^+(\sigma,\alpha,\nu)$ определена формулой (2.4). В свою очередь функция Грина, стоящая под интегралом в (2.4), выражается для разных граничных условий и различных знаков скачка кривизны либо выражениями (2.6), (2.7), либо (2.8)–(2.11).

Разложение интенсивности волнового процесса таково:

$$u^\pm(\sigma,\alpha,\nu) = u^\pm(\sigma,\alpha,\nu)\Big|_{\nu=0} + \frac{\partial u^\pm}{\partial\nu}\Big|_{\nu=0}\nu + \dots . \quad (2.12)$$

В силу граничных условий Дирихле первое слагаемое в правой части формулы (2.12) равно тождественно нулю, а для задачи Неймана – второе слагаемое равно тождественно нулю. В связи с этим по аналогии с теорией распространения электромагнитных волн первый отличный от нуля коэффициент правой части формулы (2.12), т.е. $\frac{\partial u^\pm}{\partial\nu}\Big|_{\nu=0}$ в задаче Дирихле и

$u(\sigma,\alpha,\nu^{\pm})\Big|_{\nu=0} = u(\sigma,\alpha,0)$ в задаче Неймана, будем называть поверхностным током $\Psi^{D(N,I)}$ вдоль границы для волнового процесса $u^{\pm}$. Соответствующие размышления приводят к выводу, что поведение тока для случая импедансного граничного условия подобно току задачи Дирихле.

При исследовании тока (в главном приближении) учтем то обстоятельство, что в окончательном варианте поле, рассеянное от линии разрыва кривизн при "косом" падении на эту линию волны соскальзывания, распространяется в плоскости нормального сечения вдоль луча L_c, (координата α играет роль параметра).

Тогда поверхностный ток вдоль границы, определяемый дифракцией волны соскальзывания от линии сопряжения поверхностей с эффективными радиусами кривизн одного знака, но разных по величине, и соответствующий задаче Дирихле, будет характеризоваться следующим выражением (формула (2.6) для функции Грина)

$$\Psi^D(\sigma,\alpha) = \frac{\partial u^+}{\partial \nu}\Big|_{\nu=0} = A_0^-(\tau_1,\alpha)A_0^+(\tau,\alpha)\exp\left\{i\omega(\tau-\tau_0)\right\}\times$$

$$\times\int_0^\infty \frac{-2e^{i(\sigma-\sigma_0)\zeta_1}}{[w_1'(\zeta_1)]^2} w_1\left(\zeta_1 - \nu_0\left(\frac{\mathcal{R}^+(\tau_1,\alpha)}{\mathcal{R}^-(\tau_1,\alpha)}\right)^{1/3}\right) w_1(\zeta_1-\nu_0)d\nu_0,$$

$$A_0^-(\tau_1,\alpha) = \frac{1}{\sqrt[4]{g_{\alpha\alpha}(\tau_1,\alpha)}}\sqrt[6]{\frac{\mathcal{R}^-(\tau_0,\alpha)}{\mathcal{R}^-(\tau_1,\alpha)}},$$

$$A_0^+(\tau,\alpha) = \frac{1}{\sqrt[4]{g_{\alpha\alpha}(\tau,\alpha)}}\sqrt[6]{\frac{\mathcal{R}^+(\tau_1,\alpha)}{\mathcal{R}^+(\tau,\alpha)}}.$$

Последняя формула показывает, что величина рассматриваемого поверхностного тока волнового процесса при смещении от точки $(\tau_1,\alpha,0)$ вправо ведет себя подобно волне слева. Следовательно, в случае сопряжения поверхностей с положительными эффективными радиусами кривизн нормального сечения вдоль луча ток рассмотренных задач ведет себя в основном при больших σ одинаково.

Совсем другое поведение тока наблюдается из формул в случае сопряжения выпуклой поверхности с полуплоскостью, для которого искомые функции Грина задач (2.3) определены формулами (2.9)–(2.11). Ток соответствующий задаче Дирихле и задаче с импедансным краевым условием убывает по трассе гораздо быстрее (как $O(\sigma^{-3/2})$, при $\sigma \to \infty$) тока, связанного с задачей Неймана (как $O(\sigma^{-1/2})$ при $\sigma \to \infty$).

Следовательно, при удалении от точки разрыва будет преобладать поле волны рассеянной от линии разрыва l, соответствующее задаче Неймана.

Поле на любых расстояниях от границы можно найти двумя способами: либо продолжая решения, найденные в окрестности границы, за ее пределы; либо, используя формулу Грина.

С некоторыми изменениями рассмотренный здесь круг задач аналогично можно модифицировать на случай распространения электромагнитных и упругих волн в трехмерной среде.

Литература

1. Н. Я. Кирпичникова, В. Б. Филиппов, *Поведение поверхностных волн при переходе через линию сопряжения на границе упругого однородного изотропного тела.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **230** (1995), 86-102.
2. Н. Я. Кирпичникова, В. Б. Филиппов, *Дифракция волн шепчущей галереи вблизи линии разрыва кривизны упругого однородного изотропного тела.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **239** (1996), 95-109.
3. Н. В. Сивицкая, В. Б. Филиппов, *О распространении волн шепчущей галереи в среде с вертикальной границей раздела.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **179** (1989), 147–151.
4. В. М. Бабич, В. С. Булдырев, *Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн.* Наука, М. (1972).

Kirpichnikova N. Ya., Philippov V. B., and Kirpichnikova A. S. Diffraction of creeping waves from a line of a saltus of a curvature. (Acoustic three-dimensional medium.)

The problem of a diffraction of a creeping waves from a line of a rupture of a curvature is investigated, and the "oblique" falling in a three-dimensional acoustic medium is taken into account essentially. Two cases of a rupture of a curvature on a line of interface of surfaces are considered: a curvature of one sign, but different on magnitude, and case of a positive curvature conjugate on a line of a rupture with zero.

С.-Петербургское отделение
Математического института
им. В. А. Стеклова РАН
Санкт-Петербургский
государственный университет

Поступило 12 октября 1998 г.