Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 250, 1998 г.

**В. Б. Филиппов, Н. Я. Кирпичникова,
С. Н. Кирпичников**

ДИФРАКЦИЯ ВОЛН СОСКАЛЬЗЫВАНИЯ ОТ ТОЧКИ РАЗРЫВА КРИВИЗНЫ НА ГРАНИЦЕ ОБЛАСТИ (ПЕРЕХОД ВЫПУКЛОЙ ГРАНИЦЫ В ВОГНУТУЮ)

Введение

В двумерном пространстве R^2 имеется проводящее тело Ω, ограниченное кривой $\partial\Omega$, состоящей из двух частей $\partial\Omega^-$ и $\partial\Omega^+$, гладко переходящих друг в друга и сопряженных в точке скачка кривизны. Вблизи границы введена стандартная система координат (s, n), s – длина дуги вдоль кривой $\partial\Omega$, n – расстояние по нормали к Ω, причем внутренним точкам отвечают значения параметра $n < 0$, внешним к Ω – $n > 0$. Кривой $\partial\Omega^-$ соответствуют значения $s < 0$, а для кривой $\partial\Omega^+$ – $s > 0$. Точка сопряжения служит началом координат $(0, 0)$. Пусть величина нормали положительна для точек M, расположенных слева от кривой $\partial\Omega$, если двигаться вдоль $\partial\Omega$ в сторону возрастания s. Считаем, что радиус кривизны $\rho(s)$ кривой $\partial\Omega$ положителен, если центр круга кривизны лежит справа от кривой $\partial\Omega$, т.е. при отрицательных значениях n, и отрицателен в противоположном случае. Если ввести единичный вектор касательной $\mathbf{t}_0$, направленный в сторону увеличения длины дуги s, и единичный вектор нормали $\mathbf{n}_0$ к кривой $\partial\Omega$, направленный в сторону положительных n, то при нашем соглашении о знаках будут справедливы формулы

$$\frac{d\mathbf{t}_0}{ds} = -\frac{1}{\rho}\mathbf{n}_0, \quad \frac{d\mathbf{n}_0}{ds} = \frac{1}{\rho}\mathbf{t}_0.$$

Рассматривается случай сопряжения кривизн разных знаков

$$k^-(s) = \frac{1}{\rho^-(s)} > 0, \quad k^+(s) = \frac{1}{\rho^+(s)} < 0.$$

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ) (грант 96-01-00609).

Фактически рассматривается случай дифракции волны соскальзывания от точки $(0,0)$ перегиба кривой $\partial\Omega$.

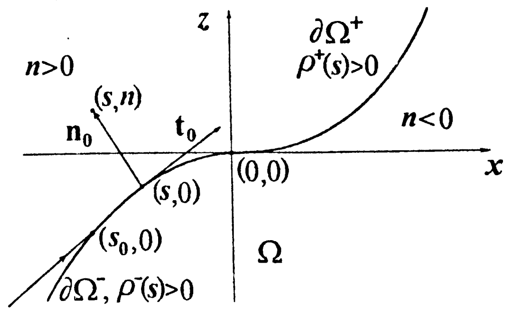

Рис. 1.

Будем предполагать, что выполняются условия применимости коротковолновой асимптотики, т.е. характерные размеры тела Ω: радиусы кривизн и диаметр достаточно велики по сравнению с длиной волны. Рассеянное поле будем искать в некоторой окрестности, характерной для сосредоточенных вблизи границы $\partial\Omega$ поверхностных волн.

В настоящей статье исследуется случай акустической среды с постоянной скоростью распространения волн, чтобы более наглядно оттенить сам метод получения главного приближения при дифракции волн соскальзывания от разрыва кривизны разного знака. Однако авторами рассмотрены также случай неоднородной упругой среды и случай дифракции электромагнитных волн. Соответствующие статьи готовятся к опубликованию.

Отметим, что случаи разрыва кривизны с положительной на нулевую, разрыв положительной кривизны на положительную, но с разными значениями и, наконец, разрыв градиентов скоростей на вертикальной границе раздела двух сред рассмотрены в статьях авторов [1, 2] и в статье [3] одного из авторов с Н. С. Сивицкой.

Распространение волн в различных средах приводят нас к уравнению Гельмгольца с краевыми условиями Дирихле, Неймана или условиями импедансного вида (в зависимости от поляризации падающего поля), а также к условиям излучения (или предельного поглощения) при удалении от границы $\partial\Omega$.

§1. Постановка задачи дифракции вблизи точки перегиба

Пусть в окрестности границы $\partial\Omega^-$ с внешней стороны тела Ω с постоянной скоростью c распространяется волна соскальзывания, набегающая на точку сопряжения $(0,0)$. В окрестности $\partial\Omega$ якобиан перехода от декартовых координат x, z (с тем же началом координат) к введенным координатам (s,n) отличен от нуля.

Предположим, что волновой вектор $\mathbf{k} = \frac{\boldsymbol{\omega}}{c}$ волны соскальзывания, набегающей на точку сопряжения $(0,0)$ границ с кривизнами разных знаков, направлен по касательному вектору $\mathbf{t}_0$ к границе $\partial\Omega$.

Ось z направим по нормали $\mathbf{n}_0(s)$ к границе $\partial\Omega$ в сторону положительных n, ось x-ов – по касательной $\mathbf{t}_0$ к кривой $\partial\Omega$ в точке сопряжения. В некоторой окрестности кривой $\partial\Omega$ со стороны отрицательных x-ов образуются волны соскальзывания, причем условие их сосредоточенности может быть сформулировано как выполнение следующего неравенства

$$k^-(s) = \frac{1}{\rho^-(s)} > 0. \tag{1.1}$$

В формуле (1.1) через $k^-(s)$ обозначена кривизна кривой $\partial\Omega$ вдоль s, $\rho^-(s)$ – радиус кривизны кривой $\partial\Omega^-$ в точке $(s,0)$, $s<0$, $x<0$. Из полученных ниже формул будет следовать физический смысл неравенства (1.1). При его выполнении вне тела Ω вблизи $\partial\Omega^-$ сосредотачиваются волны соскальзывания.

Исследуется задача дифракции волны соскальзывания, набегающей со стороны границы $\partial\Omega^-$, $(x<0, s<0)$ на кривую $\partial\Omega^+$, $(x>0,\ s>0)$. В зависимости от поляризации падающего поля, рассеянное поле будет удовлетворять условию Дирихле $(D) : u\big|_{\partial\Omega} = 0$, Неймана $(N) : \frac{\partial u}{\partial n}\big|_{\partial\Omega} = 0$ или импедансному условию $(I) : \left[\frac{\partial u}{\partial n} + ikZ(s)u\right]\big|_{\partial\Omega} = 0$ на поверхности $\partial\Omega$.

Рассмотрим серию внешних по отношению к телу Ω краевых задач:

$$\begin{gathered}(\Delta + k^2)u^{(D,N,I)} = 0,\\ u^{(D)}\big|_{\partial\Omega} = 0, \quad \left.\frac{\partial u^{(N)}}{\partial n}\right|_{\partial\Omega} = 0,\\ \left.\left[\frac{\partial u^{(I)}}{\partial n} + ikZ(s)u^{(I)}\right]\right|_{\partial\Omega} = 0,\end{gathered} \tag{1.2}$$

$$\left(u^{(D,N,I)} - u^c\right)\Big|_{x\to-\infty} \to 0,$$

u^c – волна соскальзывания.

Будем искать сосредоточенное в окрестности границы $\partial\Omega$ при малом $n > 0$, $(z > 0)$ решение задач (1.2).

Как известно, волна соскальзывания как для условия Дирихле, так и для условия Неймана в случае постоянной скорости распространения c имеет следующее асимптотическое разложение в главном приближении:

$$u^{c(D)} \sim \exp\Big\{ik(s-s_0) + i\Big(\frac{k}{2}\Big)^{1/3}\zeta_1 \int\limits_{s_0}^{s} (\rho^-(s))^{-2/3}\,ds\Big\}\times$$

$$\times\frac{w_1(\zeta_1-\nu)}{w_1'(\zeta_1)}\sqrt[6]{\frac{\rho^-(s_0)}{\rho^-(s)}}, \qquad (1.3)$$

где $k = \frac{\omega}{c}$, $\nu = k^{2/3}(\frac{2}{\rho^-(s)})^{1/3}n$, w_1 – первая функция Эйри, ζ_1 – первый корень функции $w_1(t)$, $\arg\zeta_1 = \pi/3$, $(s_0, 0)$ – начальная точка $\partial\Omega^-$ возникновения волны соскальзывания, s – длина дуги вдоль кривой $\partial\Omega^-$, $\rho^-(s)$ – радиус кривизны границы $\partial\Omega^-$ (см. рис.1).

$$u^{c(N)} \sim \exp\Big\{ik(s-s_0) + i\Big(\frac{k}{2}\Big)^{1/3}\zeta_1' \int\limits_{s_0}^{s} (\rho^-(s))^{-2/3}\,ds\Big\}\times$$

$$\times\frac{w_1(\zeta_1'-\nu)}{w_1(\zeta_1')}\sqrt[6]{\frac{\rho^-(s_0)}{\rho^-(s)}}, \qquad (1.4)$$

где ζ_1' – первый корень производной функции Эйри, т.е.] $w_1'(t) = 0$, $\arg\zeta_1' = \pi/3$.

Падающая волна соскальзывания в случае импедансного условия в главном приближении подобна волне $u^{c(D)}$ и отличается лишь в следующем приближении по $k^{-1/3}$:

$$u^{c(D)} \sim \exp\Big\{ik(s-s_0) + i\Big(\frac{k}{2}\Big)^{1/3}\zeta_1 \int\limits_{s_0}^{s} (\rho^-(s))^{-2/3}\,ds\Big\}\times$$

$$\times\exp\Big\{\int\limits_{s_0}^{s}\frac{ds}{\rho^-(s)c_0(s)Z(s)}\,ds\Big\}\times$$

$$\times \frac{w_1\left(\zeta_1 - \nu - \frac{i2^{1/3}}{Z(s)c_0(s)(k\rho^-(s))^{1/3}}\right)}{w_1'(\zeta_1)} \sqrt[6]{\frac{\rho^-(s_0)}{\rho^-(s)}}. \tag{1.5}$$

Волна соскальзывания является решением уравнения Гельмгольца, а вновь введенная по формуле

$$u = \exp\{ik(s - s_0)\}A^-(s)\widehat{u} \tag{1.6}$$

функция $\widehat{u}$, удовлетворяет параболическому уравнению

$$\Big(2ik\frac{\partial}{\partial s} + \frac{\partial^2}{\partial n^2} + k^2\frac{2n}{\rho^{-(s)}}\Big)\widehat{u} = 0.$$

Вблизи точки $(0, 0)$ это уравнение может быть заменено на следующее:

$$\Big(i\frac{\partial}{\partial \sigma} + \frac{\partial^2}{\partial \nu^2} + \nu\Big)\,\widehat{u} = 0, \tag{1.7}$$

где

$$\nu^- = k^{2/3}\Big(\frac{2}{\rho^{-(0)}}\Big)^{1/3} n, \quad \sigma^- = \Big(\frac{k}{2}\Big)^{1/3}\frac{s}{(\rho^{-(0)})^{2/3}},$$

$\rho^-(0)$ – радиус кривизны границы в точке сопряжения слева от нее.

Решение уравнения (1.7) $\widehat{u}$ с точностью до амплитудного множителя $A^-(s)$, найденного из соответствующего уравнения переноса и равного

$$A^-(s) = C^- \sqrt[6]{\frac{\rho^-(s_0)}{\rho^-(s)}},$$

где C^- – некоторая константа, (решение для двух остальных задач согласовано с формулами (1.4), (1.5)) имеет следующий вид:

$$\widehat{u}^{c(D)} = \exp\left\{i\sigma^-\zeta_1\right\}\frac{w_1(\zeta_1 - \nu^-)}{w_1'(\zeta_1)}, \tag{1.8}$$

$$w_1(\zeta_1) = 0.$$

Волна соскальзывания, которая определена в главном приближении формулой (1.8), набегает со стороны границы $\partial\Omega^-$ на $\partial\Omega^+$. Ясно, что справа от этой точки формула (1.8) перестает быть решением задачи.

Из физических соображений, а также из рассмотрения аналогичных эталонных задач, следует ожидать, что волна отраженная от точки скачка кривизны и идущая обратно будет величиной второго порядка малости, следовательно в первом приближении ею можно пренебречь.

В предположении, что на границе происходит разрыв кривизны, решение задачи (в главном приближении) можно найти следующим способом.

В окрестности границы волна $\widehat{u}$ после выделения главного осциллирующего множителя $\exp\{iks\}$ и амплитуды $A^+(s)$ (см. форм. (1.6)) будет удовлетворять параболическому уравнению

$$\Big(2ik\frac{\partial}{\partial s}+\frac{\partial^2}{\partial n^2}+k^2\frac{2n}{\rho^{+(s)}}\Big)u=0,\quad \rho^+(s)<0,$$

и граничному условию

$$u\big|_{\partial\Omega^+}=0. \tag{1.9}$$

Для удобства записи и для "сшивания" с решением слева от точки разрыва кривизны, введем растянутые координаты

$$\nu^+=k^{2/3}\Big(\frac{2}{-\rho^+(0)}\Big)^{1/3}n,\quad \nu^-=\nu^+\gamma,\quad \gamma=\Big(\frac{\rho^-(0)}{-\rho^+(0)}\Big)^{1/3}>0,$$

$$\sigma^+=\Big(\frac{k}{2}\Big)^{1/3}\frac{s}{\big(\rho^+(0)\big)^{2/3}}>0,\quad \nu^+>0,\quad \nu^->0,\quad n>0. \tag{1.10}$$

В дальнейшем знак + сверху у σ и ν писать не будем, оговаривая это обстоятельство указанием того, справа или слева от точки скачка рассматривается решение задачи (1.2).

Тогда, для решения $u^{(D,N,I)}$ цправа от точки разрыва получим следующие задачи:

$$\begin{gathered}\Big(i\frac{\partial}{\partial\sigma}+\frac{\partial^2}{\partial\nu^2}-\nu\Big)\quad u=0,\quad \nu>0,\quad \sigma>0,\\ u=0,\quad \nu=0,\quad \sigma>0,\\ \frac{\partial u}{\partial n}\Big|_{\partial\Omega}=0,\quad \Big[\frac{\partial u}{\partial n}+ikZ(s)u\Big]\Big|_{\partial\Omega}=0,\quad \nu=0,\quad \sigma>0,\\ u=\widehat{u}^{\,cD(N,I)},\quad \nu>0,\quad \sigma=0,\end{gathered} \tag{1.11}$$

где $\widehat{u}^{\,cD(N,I)}$ – решение (1.8) слева от точки $(0,0)$.

Для решения задач (1.11) применим технику построения функций Грина, разработанную для случая перехода положительной кривизны со скачком в точке $(0,0)$ на положительную же.

§2. Нахождение функции Грина

Для исследования задачи (1.11) используем функцию Грина смешанной задачи, удовлетворяющей условиям:

$$\begin{gathered}\Big(i\frac{\partial}{\partial\sigma}+\frac{\partial^2}{\partial\nu^2}-\nu\Big)\,G^{D(N,I)}(\sigma,\nu;0,\nu')=0,\quad \sigma>0,\quad \nu>0,\\ G^{D}(\sigma,\nu;0,\nu')=0,\quad \sigma>0,\quad \nu=0,\\ \frac{\partial G^N}{\partial\nu}=0,\quad \Big[\frac{\partial G^I}{\partial\nu}+ikZ(s)G^I\Big]=0,\quad \sigma>0,\quad \nu=0,\\ G^{D(N,I)}(\sigma,\nu;0,\nu')=\delta(\nu-\nu'),\quad \sigma=0,\quad \nu>0.\end{gathered}\tag{2.1}$$

Тогда решение задачи (1.2) будет даваться квадратурой:

$$u(\sigma,\nu)=\int\limits_{-\infty}^{0}u^{c\,D(N,I)}(0,\nu'\gamma)G^{D(N,I)}(\sigma,\nu;0,\nu')d\nu'.\tag{2.2}$$

Задача нахождения функции Грина для случая перехода кривой с положительной кривизны $\partial\Omega^-$ на кривую $\partial\Omega^+$ с отрицательной кривизной, $(k^->0,k^+<0)$ состоит в согласовании волны соскальзывания с серией сосредотачивающихся вблизи границы $\partial\Omega^+$ отрицательной кривизны волн типа шепчущей галереи. Функцию Грина задачи (2.1) $G^{D(N,I)}(\sigma,\nu;0,\nu')$ будем искать методом обобщенной функции Грина, т.е. в виде суперпозиции собственных функций типа волн шепчущей галереи. Проводя ряд преобразований, окончательно для функции Грина $G^D(\sigma,\nu;0,\nu')$, соответствующей задаче Дирихле, получим формулу

$$\begin{gathered}G^D(\sigma,\nu;0,\nu')=\\ =\int\limits_C e^{i\sigma(-\xi)}v(\nu_>-\xi)\frac{[u(\nu_<-\xi)v(-\xi)-v(\nu_<-\xi)u(-\xi)]}{2\pi\,v(-\xi)}d\xi.\end{gathered}\tag{$*$}$$

В формуле $(*)$ – контур интегрирования C охватывает в положительном направлении нули вещественной функции Эйри v и полюса подинтегрального выражения для функции Грина, лежащие на полупрямой $\arg\xi=\pi$; $\nu_>$ (соответственно $\nu_<$) – наибольшее (соответственно наименьшее) из выражений

$$\nu=k^{2/3}\Big(\frac{2}{\rho^+(0)}\Big)^{1/3}n,\quad \nu'=k^{2/3}\Big(\frac{2}{\rho^+(0)}\Big)^{1/3}n'.$$

Функцию Грина $G^N(\sigma,\nu;0,\nu')$, соответствующую условию Неймана, получим в виде

$$G^N(\sigma,\nu;0,\nu') =$$

$$= \int\limits_C e^{i\sigma(-\xi)} v(\nu_> - \xi) \frac{[v(\nu_< - \xi)u'(-\xi) - u(\nu_< - \xi)v'(-\xi)]}{2\pi\, v'(-\xi)} d\xi. \qquad (**)$$

В формуле (**) – контур интегрирования C охватывает в положительном направлении нули производной вещественной функции Эйри v' и полюса подинтегрального выражения для функции Грина, лежащие на полупрямой $\arg\xi = \pi$.

Функцию Грина можно представить и бесконечным рядом по вычетам – корням функции Эйри v (соответственно, корням производной функции Эйри v'):

$$v(-\xi_k) = 0, \quad \{\xi_k\}_{k=1}^{\infty}; \quad v'(-\xi'_k) = 0, \quad \{\xi'_k\}_{k=1}^{\infty}.$$

Эти представления (интегральное и в виде ряда) имеют место в малой области по s, т.е. в области, где $\sigma = 0(1)$.

В области, где $\sigma \gg 1$, из всего бесконечного ряда фактически следует учитывать лишь конечное число слагаемых ряда, соответствующее первым N корням функции Эйри v и имеющее наибольшие амплитудные множители.

В случае, если переменные ν, ν' принадлежат рассматриваемому пограничному слою и, следовательно, удовлетворяют условию $\nu = O(1)$, $\nu' = O(1)$, а переменная $\sigma > 0$, формула (*) для функции Грина будет в главном приближении следующей :

$$G^D(\sigma,\nu;0,\nu') = \sum_{q=1}^{N} \frac{i\, e^{i\sigma(-\xi_q)}}{[v'(-\xi_q)]^2} v(\nu - \xi_q)\, v\,(\nu' - \xi_q)\; + \ldots . \qquad (2.3)$$

$$G^N(\sigma,\nu;0,\nu') =$$
$$= \sum_{q=1}^{N} \frac{i\, e^{i\sigma(-\xi'_q)}}{(-\xi'_q)[v'(-\xi'_q)]^2} v(\nu - \xi'_q)\, v\,(\nu' - \xi'_q) +, \ldots . \qquad (2.4)$$

Функция Грина импедансной задачи G^I в главном приближении не отличается от функции G^D.

В этой ситуации окончательное решение задачи дифракции от скачка кривизн различного знака (фактически граница, имеет точку перегиба) при падающей волне соскальзывания, соответствующей первому корню ζ_1 функции Эйри w_1 и граничному условию Дирихле дается формулой:

$$u \sim A^{-}(0)A^{+}(s)\exp\left\{ik(s-s_0)\right\}\times$$
$$\times\sum_{q=1}^{N}\frac{i\,e^{i\sigma(-\xi_q)}}{w_1'(\zeta_1)[v'(-\xi_q)]^2}v(\nu-\xi_q)\times$$
$$\times\int_0^{\infty}v(\nu'-\xi_q)w_1(\zeta_1-\nu'\gamma)\,d\nu'. \tag{2.5}$$

Соответствующий этой задаче ток запишется в виде

$$\Psi^D(\sigma)=\frac{\partial u}{\partial\nu}\Big|_{\nu=0}=A^{-}(0)A^{+}(s)\exp\left\{ik(s-s_0)\right\}\times$$
$$\times\sum_{q=1}^{N}\frac{1}{(-i)v'(-\xi_q)w_1'(\zeta_1)}e^{i\sigma(-\xi_q)}\int_0^{\infty}v(\nu'-\xi_q)w_1(\zeta_1-\nu'\gamma)\,d\nu', \tag{2.6}$$

Поверхностный ток вдоль границы, определяемый падающей волной соскальзывания и соответствующий задаче Неймана, равен следующему выражению в окрестности точки (0,0) вблизи Γ^+:

$$\Psi^N(\sigma)=u(\sigma,\nu)\Big|_{\nu=0}=u(\sigma,0)=A^{-}(0)A^{+}(s)\exp\left\{ik(s-s_0)\right\}\times$$
$$\times\sum_{q=1}^{N}\frac{1}{(-i)v(-\xi_q')w_1(\zeta_1')}e^{i\sigma(-\xi_q')}\int_0^{\infty}v(\nu'-\xi_q')w_1(\zeta_1'-\nu'\gamma)\,d\nu'. \tag{2.7}$$

Формулы (2.6), (2.7) показывают, что величина рассматриваемого поверхностного тока волнового процесса при смещении от точки $(0,0)$ вправо, т.е. при возрастании σ (как $O(k^{\varepsilon})$, $\varepsilon>0$) имеет одинаковый порядок поведения во всех трех краевых задачах. Ток убывает по мере стремления параметра σ к бесконечности подобно волнам шепчущей галереи.

Определим коэффициент трансформации A_{pq} при дифракции от скачка кривизны (кривизны разного знака справа и слева от точки разрыва) волны соскальзывания с номером p в волну шепчущей галереи с номером q. В данной ситуации обычно рассматривается падающая волна соскальзывания с номером $p = 1$ (номер равен номеру корня функции Эйри). Номер q возбуждаемой волны справа от точки скачка кривизны равен $q = 1, 2, \dots, N$, так как наиболее существенные амплитудные множители соответствуют первым N корням ξ_q вещественной функции Эйри v (или корням производной $v'(-\xi_q') = 0$).

Этот коэффициент может быть вычислен по формуле

$$A_{1q} = \frac{\int_0^{\infty \exp(i\epsilon)} v(\nu' - \xi_q) w_1(\zeta_1 - \nu'\gamma)\, d\nu'}{\int_0^{\infty} v^2(\nu' - \xi_q)\, d\nu'}.$$

Следует заметить, что интегрирование по ν' в числителе проводится по полупрямой

$$\nu' = |\nu'| e^{i\epsilon}, \quad \pi/3 > \epsilon > 0, \quad 0 \leqslant |\nu'| < \infty.$$

Решение справа от точки (0,0) плавно переходит в решение слева от этой точки.

Ток на границе, связанный с задачей Неймана, убывает так же как и ток, связанный с задачей Дирихле, т.е. при удалении от точки разрыва (0,0) преобладание какой-либо из поляризаций не наблюдается.

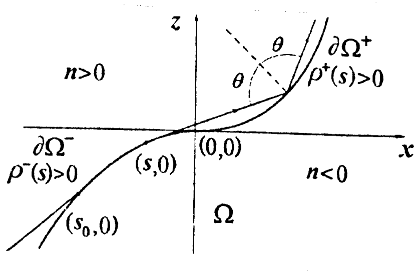

Рис. 2.

Замечание. Исследуя задачу дифракции волны соскальзывания от точки перегиба (0,0) границы, может возникнуть ситуация, когда волна соскальзывания отрывается в точке $(s, 0)$, $s < 0$, границы $\partial\Omega^-$, превращаясь в волну Фридлендера–Келлера, а затем, отражается от границы $\partial\Omega^+$ по обычному закону "угол падения равен углу отражения," (см. рис. 2), если угол θ больше угла скольжения волн шепчущей галереи, либо перейдет в новую волну шепчущей галереи, если угол θ сравним с величиной угла скольжения.

Для падающей волны соскальзывания (1.3) соответствующая волна Фридлендера-Келлера имеет вид

$$u^{F-K} \sim \sqrt{\frac{1}{J(\tau,\alpha)}}\Big(\frac{2}{k\rho^-(s)}\Big)^{1/6}\times$$

$$\times\exp\Big\{ik\tau + i\Big(\frac{k}{2}\Big)^{1/3}\zeta_1\int\limits_{s_0}^{\alpha}(\rho^-(s))^{-2/3}ds\Big\},$$

где τ, α – лучевые координаты, причем $\tau = \alpha = s$ на поверхности $\partial\Omega^-$, играющей роль каустики для лучей соскальзывания, τ – путь, прошедший лучем до точки отражения на $\partial\Omega^+$, $J(\tau,\alpha)$ – расходимость поля лучей. Ситуация, рассмотренная в замечании, подробнее не обсуждается, так как нас интересует точка скачка кривизн и возникающие от нее дифракционные эффекты.

С некоторыми изменениями рассмотренный здесь круг задач авторами модифицирован на случай дифракции от линии разрыва кривизн упругих волн и электромагнитных волн в трехмерной среде.

Литература

1. Н. Я. Кирпичникова, В. Б. Филиппов, *Поведение поверхностных волн при переходе через линию сопряжения на границе упругого однородного изотропного тела.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **230** (1995), 86–102.
2. Н. Я. Кирпичникова, В. Б. Филиппов, *Дифракция волн шепчущей галереи вблизи линии разрыва кривизны упругого однородного изотропного тела.* — Зап. научн.семин. ПОМИ **239** (1996), 95–109.
3. Н. В. Сивицкая, В .Б. Филиппов, *О распространении волн шепчущей галереи в среде с вертикальной границей раздела.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **179** (1989), 147–151.

Philippov V. B., Kirpichnikova N. Ya., Kirpichnikov S. N. Diffraction of the creeping waves from the point of the curvature jump on the boundary of the region (transition of the convex boundary into the concave boundary).

A problem of the diffraction of the creeping waves over-running from the side of the convex boundary to the point of the curvature jump – the point of transition of the convex boundary into the concave boundary is studied. On passing throught the point of the curvature jump, the tangent to the region boundary is changed continiously, but the velocity of this change has the jump. The Green function on the right from the point of the curvature jump has the form of the superposition of the whispering gallery waves. The Dirichlet boundary conditions, the Neumann boundary conditions and the boundary conditions of the impedance kind are considered. The formulas for the boundary current and for the diffraction coefficients received.

С.-Петербургское отделение
Математического института
им. В. А. Стеклова РАН

С.-Петербургский
государственный университет

Поступило 30 сентября 1997