Владикавказский математический журнал
2022, Том 24, Выпуск 4, С. 127–132

УДК 517.982
DOI 10.46698/o1968-1156-5382-e

ВЛОЖЕНИЯ В $\mathbb{B}$-ЦИКЛИЧЕСКИЕ БАНАХОВЫ ПРОСТРАНСТВА[#]

Б. Б. Тасоев[1,2]

[1] Северо-Кавказский центр математических исследований ВНЦ РАН,
Россия, 363110, с. Михайловское, ул. Вильямса, 1;
[2] Южный математический институт — филиал ВНЦ РАН,
Россия, 362025, Владикавказ, ул. Ватутина, 53
E-mail: `tasoevbatradz@yandex.ru`

Аннотация. Для полной булевой алгебры $\mathbb{B}$ и ненулевого $\pi \in \mathbb{B}$ введено понятие изоморфного $\mathbb{B}_\pi$-вложения банаховых пространств в $\mathbb{B}$-циклические банаховы пространства. Также введено понятие решеточного изоморфного $\mathbb{B}_\pi$-вложения банаховых решеток в $\mathbb{B}$-циклические банаховы решетки. Установлен критерий изоморфного $\mathbb{B}_\pi$-вложения пространства непрерывных вектор-функций со значениями в произвольном банаховом пространстве в $\mathbb{B}$-циклическое банахово пространство, а также критерий решеточного изоморфного $\mathbb{B}_\pi$-вложения пространства непрерывных вектор-функций со значениями в произвольной банаховой решетке в $\mathbb{B}$-циклическую банахову решетку. Полученные результаты позволяют наметить подход для изометрической и изоморфной классификации $\mathbb{B}$-циклических банаховых пространств. В ходе установления результатов широко использовался аппарат решеточно-нормированных пространств.

Ключевые слова: банахова решетка, $\mathbb{B}$-циклическое банахово пространство, изоморфная классификация.

AMS Subject Classification: 46B42, 46B04.

Образец цитирования: *Тасоев Б. Б.* Вложения в $\mathbb{B}$-циклические банаховы пространства // Владикавк. мат. журн.—2022.—Т. 24, вып. 4.—С. 127–132. DOI: 10.46698/o1968-1156-5382-e.

Вложение классических банаховых пространств играет важную роль в изометрический и изоморфной классификации общих банаховых пространств. В настоящей заметке предпринимается попытка наметить аналогичный подход для $\mathbb{B}$-циклических банаховых пространств. Напомним необходимые для дальнейшего изложения определения. Более подробное изложение можно найти в монографиях [1, 2, 3].

Определение 1. Пусть X и Y — банаховы пространства. Говорят, что Y *вложимо* в X, если существует линейный оператор $T : Y \to X$ и константы $K, M > 0$, удовлетворяющие условию $K\|y\| \leqslant \|Ty\| \leqslant M\|y\|$ для всех $y \in Y$. При этом оператор T называется *вложением.*

Определение 2. Пусть X и Y — банаховы решетки и $T : Y \to X$ — вложение. Говорят, что Y *решеточно вложимо в* X, если вложение T является решеточным гомоморфизмом. При этом T называют *решеточным вложением.*

Пусть X — нормированное пространство, $U_X := \{x \in X : \|x\| \leqslant 1\}$. Под *булевой алгеброй проекторов* в векторном пространстве X понимается множество $\mathbb{B}$ коммутирующих линейных идемпотентных операторов, действующих в X, в котором роль нуля и

[#] Работа выполнена при поддержке Минобрнауки России, соглашение № 075-02-2022-896.

единицы играют соответственно нулевое и тождественное отображения, а булевы операции имеют вид:

$$\pi \wedge \rho := \pi \circ \rho = \rho \circ \pi, \quad \pi \vee \rho := \pi + \rho - \pi \circ \rho, \quad \pi^{\perp} := I_X - \pi \quad (\pi, \rho \in \mathbb{B}).$$

Предположим, что в $L(X)$ имеется полная булева алгебра проекторов единичной нормы $\mathbb{B}$. Нормированное пространство X называется $\mathbb{B}$-*циклическим*, если для произвольного разбиения единицы $(\pi_\xi) \subset \mathbb{B}$ и любого семейства $(x_\xi) \subset U_X$ существует и при том единственный $x \in U_X$, для которого выполняется $\pi_\xi x_\xi = \pi_\xi x$ при всех ξ, см. [2, § 7.3.3].

Пусть Q — экстремальный компакт, Y — банахово пространство. Обозначим символом $C_\infty(Q, Y)$ множество классов эквивалентности непрерывных вектор-функций, действующих из котощих множеств $\operatorname{dom}(u) \subset Q$ в Y. Напомним, что множество в топологическом пространстве называют *котощим*, если его дополнение является тощим. Множество $C_\infty(Q, Y)$ можно естественным образом снабдить структурой модуля над кольцом $C_\infty(Q)$. Более того, непрерывное продолжение поточечной нормы $t \mapsto \|f(t)\|$ $(t \in \operatorname{dom}(f)$, $f \in C_\infty(Q, Y))$ определяет разложимую норму $|\cdot|$ на $C_\infty(Q, Y)$ со значениями в $C_\infty(Q)$ (подробности см. [2, § 2.3.3]). Введем пространство $C_\#(Q, Y) := \{f \in C_\infty(Q, Y) : |f| \in C(Q)\}$ и норму в нем $\|f\| := \||f|\|_\infty$. Обозначим через $\mathbb{B}$ булеву алгебру всех характеристических функций открыто-замкнутых подмножеств множества Q. Тогда $C_\#(Q, Y)$ будет $\mathbb{B}$-циклическим банаховым пространством.

Введем определение вложимости банахова пространства в $\mathbb{B}$-циклическое банахово пространство.

Определение 3. Пусть Y — банахово пространство, X — $\mathbb{B}$-циклическое банахово пространство, $\mathbb{B}_\pi$ — главный идеал в $\mathbb{B}$, порожденный некоторым ненулевым элементом $\pi \in \mathbb{B}$. Будем говорить, что Y $\mathbb{B}_\pi$-*вложимо в* X, если:

1) $T : Y \to X$ — вложение;

2) существует $\varepsilon > 0$ такое, что $\|\rho T y\|_X \geqslant \varepsilon \|Ty\|_X$ для всех $y \in Y$ и $0 \neq \rho \in \mathbb{B}_\pi$.

В данном случае будем говорить, что T — $\mathbb{B}_\pi$-вложение.

Пусть G — стоуновский компакт некоторой булевой алгебры $\mathbb{B}_0$. Как известно, булеву алгебру $\mathbb{B}_0$ можно отождествить с пространством характеристических функций открыто-замкнутых подмножеств множества G. При таком отождествлении для произвольных $\pi_1, \dots, \pi_n \in \mathbb{B}_0$ и $y_1, \dots, y_n \in Y$ символом $\sum_{i=1}^n \pi_i \otimes y_i$ будем обозначать непрерывную функцию из G в Y, действующую по правилу $\sum_{i=1}^n \pi_i \otimes y_i(q) := \sum_{i=1}^n \pi_i(q) y_i$ для всех $q \in G$.

Теорема 1. *Пусть X — $\mathbb{B}$-циклическое банахово пространство, Q — стоуновский компакт $\mathbb{B}$, $\mathbb{B}_\pi$ — главный идеал в $\mathbb{B}$, порожденный ненулевым элементом $\pi \in \mathbb{B}$ и Y — банахово пространство. Следующие утверждения эквивалентны:*

(1) Y — $\mathbb{B}_\pi$-вложимо в X;

(2) для стоуновского компакта $G \in \operatorname{Clop}(Q)$ булевой алгебры $\mathbb{B}_\pi$ существует вложение $\widetilde{T} : C_\sharp(G, Y) \to X$ такое, что $\widetilde{T}(\rho \otimes y) = \rho \widetilde{T}(\pi \otimes y)$ для всех $y \in Y$, $\rho \in \mathbb{B}_\pi$.

$\lhd$ (1) $\Rightarrow$ (2). По условию существуют вложение $T : Y \to X$, ненулевой элемент $\pi \in \mathbb{B}$ и $\varepsilon > 0$ такие, что $\|\rho T y\| \geqslant \varepsilon \|Ty\|$ для всех $y \in Y$ и $0 \neq \rho \in \mathbb{B}_\pi$. Так как T — вложение, найдутся константы $K, M > 0$ такие, что $K\|y\| \leqslant \|Ty\| \leqslant M\|y\|$ для всех $y \in Y$.

Пусть $\operatorname{St}(G, Y)$ обозначает множество классов эквивалентности функций из $C_\#(G, Y)$ вида $\sum_{i=1}^n \pi_i \otimes y_i$, действующих по правилу

$$\sum_{i=1}^{n} \pi_i \otimes y_i(q) := \sum_{i=1}^{n} \pi_i(q)\, y_i \quad (q \in G),$$

где $y_1, \dots, y_n \in Y$, $\pi_1, \dots, \pi_n$ — разбиение единицы в $\mathbb{B}_\pi$, $n \in \mathbb{N}$.

Определим оператор $\widetilde{T} : \mathrm{St}(G, Y) \to X$ по формуле

$$\widetilde{T}\left(\sum_{i=1}^{n} \pi_i \otimes y_i\right) := \sum_{i=1}^{n} \pi_i T(y_i) \tag{1}$$

для всех $\sum_{i=1}^{n} \pi_i \otimes y_i \in \mathrm{St}(G, Y)$. Покажем корректность определения $\widetilde{T}$. Отметим, что если $\rho \otimes y = 0$ для некоторых $\rho \in \mathbb{B}_\pi$ и $y \in Y$, то либо $\rho = 0$, либо $y = 0$. Поэтому $\rho T y = 0$ для всех $\rho \in \mathbb{B}_\pi$ и $y \in Y$ таких, что $\rho \otimes y = 0$. Пусть $0 = \sum_{i=1}^{n} \rho_i \otimes y_i \in \mathrm{St}(G, Y)$. Тогда $\rho_i \otimes y_i = 0$ для всех $i = 1, \dots n$ и в силу выше сказанного $\widetilde{T}\big(\sum_{i=1}^{n} \rho_i \otimes y_i\big) = \sum_{i=1}^{n} \rho_i T(y_i) = 0$. Следовательно,

$$\widetilde{T}\left(\sum_{i=1}^{n} \rho_i \otimes y_i\right) = 0 \tag{2}$$

для всех $0 = \sum_{i=1}^{n} \rho_i \otimes y_i \in \mathrm{St}(G, Y)$. Пусть $z \in \mathrm{St}(G, Y)$ имеет два представления $z = \sum_{i=1}^{n} \pi_i \otimes x_i = \sum_{j=1}^{m} \rho_j \otimes y_j$. Тогда выполняется равенство $0 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} (\pi_i \wedge \rho_j) \otimes (x_i - y_j)$. Следовательно, в силу (2) справедливы равенства

$$0 = \widetilde{T}\left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} (\pi_i \wedge \rho_j) \otimes (x_i - y_j)\right) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} (\pi_i \wedge \rho_j)\, T(x_i - y_j)$$
$$= \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} (\pi_i \wedge \rho_j)\, T(x_i) - \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} (\pi_i \wedge \rho_j)\, T(y_j) = \widetilde{T}\left(\sum_{i=1}^{n} \pi_i \otimes x_i\right) - \widetilde{T}\left(\sum_{j=1}^{m} \rho_j \otimes y_j\right).$$

Тем самым показана корректность определения $\widetilde{T}$. Ясно, что оператор $\widetilde{T}$ линеен и $\widetilde{T}(\rho \otimes y) = \rho \widetilde{T}(\pi \otimes y)$ для всех $y \in Y$, $\rho \in \mathbb{B}_\pi$.

Так как $G \in \mathrm{Clop}(Q)$, то будем отождествлять $C(G)$ с идеалом в $C(Q)$, состоящим из всех функций из $C(Q)$, обращающихся в нуль на дополнении множества G. Для произвольного $\sum_{i=1}^{n} \pi_i \otimes y_i \in \mathrm{St}(G, Y)$ выполняются соотношения

$$\left| \widetilde{T}\left(\sum_{i=1}^{n} \pi_i \otimes y_i\right) \right|_X = \sum_{i=1}^{n} \pi_i |T(y_i)|_X$$
$$\leqslant \sum_{i=1}^{n} \pi_i \|T(y_i)\|_X \leqslant M \sum_{i=1}^{n} \pi_i \|y_i\|_Y = M \left| \sum_{i=1}^{n} \pi_i \otimes y_i \right|_{C_{\#}(G,Y)}.$$

где $|\cdot|_X : X \to C(Q)$ — векторная норма такая, что $\|x\|_X = \||x|_X\|_{C(Q)}$ для всех $x \in X$ (см. [2, § 7.3.3]). Следовательно,

$$\left| \widetilde{T}\left(\sum_{i=1}^{n} \pi_i \otimes y_i\right) \right|_X \leqslant M \left| \sum_{i=1}^{n} \pi_i \otimes y_i \right|_{C_{\#}(G,Y)} \tag{3}$$

для всех $\sum_{i=1}^{n} \pi_i \otimes y_i \in \mathrm{St}(G, Y)$. Для установления обратного неравенства отметим, что $|Ty|_X \geqslant \varepsilon\pi\|Ty\|$ для всех $y \in Y$, где неравенство понимается в $C(Q)$. Действительно, если $|Ty|_X(q) < \varepsilon\pi(q)\|Ty\|$ для некоторого $q \in Q$ и $y \in Y$, то найдется $\rho \leqslant \pi$ такой, что $\rho|Ty|_X < \varepsilon\pi\|Ty\|$. Тогда $\|\rho Ty\| < \varepsilon\|Ty\|$, что противоречит условию (1) данной теоремы.

В силу выше сказанного выполняются соотношения

$$\left|\widetilde{T}\left(\sum_{i=1}^{n}\pi_i\otimes y_i\right)\right|_X=\sum_{i=1}^{n}\pi_i|T(y_i)|_X$$
$$\geqslant\varepsilon\sum_{i=1}^{n}\pi_i\|T(y_i)\|_X\geqslant\varepsilon K\sum_{i=1}^{n}\pi_i\|y_i\|_Y=\varepsilon K\left|\sum_{i=1}^{n}\pi_i\otimes y_i\right|_{C_\#(G,Y)}$$

для всех $\sum_{i=1}^{n}\pi_i\otimes y_i\in\mathrm{St}(G,Y)$. Таким образом, в виду (3) справедливы оценки

$$\varepsilon K\left|\sum_{i=1}^{n}\pi_i\otimes y_i\right|_{C_\#(G,Y)}\leqslant\left|\widetilde{T}\left(\sum_{i=1}^{n}\pi_i\otimes y_i\right)\right|_X\leqslant M\left|\sum_{i=1}^{n}\pi_i\otimes y_i\right|_{C_\#(G,Y)}$$

для всех $\sum_{i=1}^{n}\pi_i\otimes y_i\in\mathrm{St}(G,Y)$. Так как X и $C_\#(G,Y)$ являются пространствами Банаха — Канторовича, а пространство $\mathrm{St}(G,Y)$ bo-плотно в $C_\#(G,Y)$ (см. [2, 2.3.4 (3)]), то в виду полученных оценок распространим $\widetilde{T}$ на все пространство $C_\#(G,Y)$. Получим

$$\varepsilon K|f|_{C_\#(G,Y)}\leqslant|\widetilde{T}(f)|_X\leqslant M|f|_{C_\#(G,Y)}$$

для всех $f\in C_\#(G,Y)$. Следовательно, $\varepsilon K\|f\|_{C_\#(G,Y)}\leqslant\|\widetilde{T}(f)\|_X\leqslant M\|f\|_{C_\#(G,Y)}$ для всех $f\in C_\#(G,Y)$. Таким образом, $\widetilde{T}$ — искомое вложение.

(2) $\Rightarrow$ (1). Пусть имеем вложение $\widetilde{T}:C_\#(G,Y)\to X$ такое, что $\widetilde{T}(\rho\otimes y)=\rho\widetilde{T}(\pi\otimes y)$ для всех $y\in Y$, $\rho\in\mathbb{B}_\pi$. Напомним, что π мы отождествляем с функцией $\mathbf{1}_G$ равной единице на G. Так как $\widetilde{T}$ — вложение, то существуют константы $K,M>0$ такие, что $K\|f\|_{C_\#(G,Y)}\leqslant\|\widetilde{T}(f)\|_X\leqslant M\|f\|_{C_\#(G,Y)}$ для всех $f\in C_\#(G,Y)$. Положим по определению

$$T(y):=\widetilde{T}(\pi\otimes y)\tag{4}$$

для всех $y\in Y$. Тогда, так как $\|\rho\otimes y\|_{C_\#(G,Y)}=\|y\|_Y$ для всех $y\in Y$ и $0\neq\rho\in\mathbb{B}_\pi$, то выполняются соотношения $K\|y\|_Y\leqslant\|Ty\|_X\leqslant M\|y\|_Y$. Более того, $\|\rho T(y)\|_X=\|\rho\widetilde{T}(\pi\otimes y)\|_X=\|\widetilde{T}(\rho\otimes y)\|_X\geqslant K\|\rho\otimes y\|_{C_\#(G,Y)}=K\|y\|_Y\geqslant(K/M)\|Ty\|_X$, т. е. $\|\rho T(y)\|_X\geqslant(K/M)\|Ty\|_X$ для всех $y\in Y$ и $0\neq\rho\in\mathbb{B}_\pi$. Таким образом, $T:Y\to X$ — искомое $\mathbb{B}_\pi$-вложение. $\rhd$

Введем определение решеточной вложимости банаховых решеток в $\mathbb{B}$-циклические банаховы решетки.

Определение 4. Пусть Y — банахова решетка, X — $\mathbb{B}$-циклическая банахова решетка, где $\mathbb{B}$ — полная булева подалгебра алгебры порядковых проекторов в X, $\mathbb{B}_\pi$ — главный идеал в $\mathbb{B}$, порожденный некоторым ненулевым элементом $\pi\in\mathbb{B}$. Будем говорить, что Y *решеточно* $\mathbb{B}_\pi$*-вложимо в* X, если:

1) $T:Y\to X$ — решеточное вложение;

2) существует $\varepsilon>0$ такое, что $\|\rho Ty\|_X\geqslant\varepsilon\|Ty\|_X$ для всех $y\in Y$ и $0\neq\rho\in\mathbb{B}_\pi$.

В данном определении будем говорить, что T — *решеточное* $\mathbb{B}_\pi$*-вложение.*

Теорема 2. *Пусть X — $\mathbb{B}$-циклическая банахова решетка, Q — стоуновский компакт $\mathbb{B}$, $\mathbb{B}_\pi$ — главный идеал в $\mathbb{B}$, порожденный ненулевым элементом $\pi\in\mathbb{B}$, и Y — банахова решетка. Следующие утверждения эквивалентны:*

(1) *Y решеточно $\mathbb{B}_\pi$-вложимо в X;*

(2) *для стоуновского компакта $G \in \mathrm{Clop}(Q)$ булевой алгебры $\mathbb{B}_\pi$ существует решеточное вложение $\widetilde{T} : C_\#(G, Y) \to X$ такое, что $\widetilde{T}(\rho \otimes y) = \rho\widetilde{T}(\pi \otimes y)$ для всех $y \in Y$, $\rho \in \mathbb{B}_\pi$.*

$\lhd$ (1) $\Rightarrow$ (2). Пусть $T : Y \to X$ — решеточное $\mathbb{B}_\pi$-вложение. Из определения $\widetilde{T} : \mathrm{St}(G, Y) \to X$ по формуле (1) следует, что $\widetilde{T}$ будет сохранять модуль при условии, что $T : Y \to X$ — решеточный гомоморфизм. Далее, повторяя рассуждения доказательства (1) $\Rightarrow$ (2) теоремы 1, получим решеточное вложение $\widetilde{T} : C_\#(G, Y) \to X$ с требуемым свойством.

(2) $\Rightarrow$ (1) Пусть имеем решеточное вложение $\widetilde{T} : C_\#(G, Y) \to X$ такое, что $\widetilde{T}(\rho \otimes y) = \rho\widetilde{T}(\pi \otimes y)$ для всех $y \in Y$, $\rho \in \mathbb{B}_\pi$. Учитывая равенство $|\pi \otimes y| = \pi \otimes |y|$ для всех $y \in Y$, получим, что оператор $T : Y \to X$, определяемый по формуле (4), является решеточным гомоморфизмом. Далее, повторяя рассуждения доказательства (2) $\Rightarrow$ (1) теоремы 1, получим требуемое решеточное $\mathbb{B}_\pi$-вложение. $\rhd$

Пользуясь теоремами 1 и 2, можно получить следующий результат.

Теорема 3. *Для $\mathbb{B}$-циклической банаховой решетки X равносильны утверждения:*

(1) *X порядково $\mathbb{B}$-непрерывна, т. е. если $x_\alpha \downarrow 0$ в X, то для любого $\varepsilon > 0$ существует разбиение единицы (π_α) в $\mathbb{B}$ такое, что $\|\pi_\alpha x_\alpha\| < \varepsilon$ для всех α;*

(2) *не существует ненулевого проектора $\pi \in \mathbb{B}$ такого, чтобы банахова решетка l_∞ была решеточно $\mathbb{B}_\pi$-вложима в X.*

Литература

1. *Aliprantis C. D., Burkinshaw O.* Positive Operators.—N. Y.: Acad. Press, 1985.—367 p.
2. *Кусраев А. Г.* Мажорируемые операторы.—М.: Наука, 2003.—619 с.
3. *Meyer-Nieberg P.* Banach Lattices.—Berlin etc.: Springer, 1991.—395 p.

Статья поступила 27 июня 2022 г.

Тасоев Батрадз Ботазович
Северо-Кавказский центр математических исследований ВНЦ РАН,
ведущий научный сотрудник
РОССИЯ, 363110, с. Михайловское, ул. Вильямса, 1;

Южный математический институт — филиал ВНЦ РАН,
старший научный сотрудник
РОССИЯ, 362025, Владикавказ, ул. Ватутина, 53
E-mail: tasoevbatradz@yandex.ru
https://orcid.org/0000-0001-8573-4721

Vladikavkaz Mathematical Journal
2022, Volume 24, Issue 4, P. 127–132

EMBEDDINGS INTO $\mathbb{B}$-CYCLIC BANACH SPACES

Tasoev, B. B.[1,2]

[1] North Caucasus Center for Mathematical Research VSC RAS,
1 Williams St., village of Mikhailovskoye 363110, Russia;
[2] Southern Mathematical Institute VSC RAS,
53 Vatutina St., Vladikavkaz 362025, Russia
E-mail: tasoevbatradz@yandex.ru

Abstract. For a complete Boolean algebra $\mathbb{B}$ and nonzero $\pi \in \mathbb{B}$, the notion of an isomorphic $\mathbb{B}_\pi$-embedding of Banach spaces into $\mathbb{B}$-cyclic Banach spaces is introduced. The notion of a lattice isomorphic $\mathbb{B}_\pi$-embedding of Banach lattices into $\mathbb{B}$-cyclic Banach lattices is also introduced. A criterion for the isomorphic

$\mathbb{B}_\pi$-embedding of a space of continuous vector-valued functions with values in an arbitrary Banach space into a $\mathbb{B}$-cyclic Banach space is established, as well as a criterion for the lattice isomorphic $\mathbb{B}_\pi$-embedding of a space of continuous vector-valued functions with values in an arbitrary Banach lattice into a $\mathbb{B}$-cyclic Banach lattice. The obtained results allow us to outline an approach for isometric and isomorphic classification of $\mathbb{B}$-cyclic Banach spaces. In the course of establishing the results, the tool of lattice-valued spaces was widely used.

Key words: Banach lattice, $\mathbb{B}$-cyclic Banach space, isomorphic classification.

AMS Subject Classification: 46B42, 46B04.

For citation: *Tasoev, B. B.* Embeddings into $\mathbb{B}$-Cyclic Banach Spaces // *Vladikavkaz Math. J.*, 2022, vol. 24, no. 4, pp. 127–132 (in Russian). DOI: 10.46698/o1968-1156-5382-e.

References

1. *Aliprantis, C. D. and Burkinshaw, O. Positive Operators*, Springer, 1985, 376 p.
2. *Kusraev, A. G. Dominated Operators*, Springer, 2000, 446 p.
3. *Meyer-Nieberg, P. Banach Lattices*, Berlin etc., Springer, 1991, 395 p.

Received June 27, 2022

Batradz B. Tasoev
North Caucasus Center for Mathematical Research VSC RAS,
1 Williams Str., village of Mikhailovskoye 363110, Russia,
Leading Researcher;

Southern Mathematical Institute VSC RAS,
53 Vatutina St., Vladikavkaz 362025, Russia,
Senior Researcher
E-mail: tasoevbatradz@yandex.ru
https://orcid.org/0000-0001-8573-4721