Владикавказский математический журнал
Апрель–июнь, 2004, Том 6, Выпуск 2

ГЕОРГИЮ ГЕОРГИЕВИЧУ МАГАРИЛ-ИЛЬЯЕВУ 60 ЛЕТ

В этом году исполнилось 60 лет нашему другу Георгию Георгиевичу Магарил-Ильяеву. Пользуясь случаем, мы хотим сказать несколько слов о нем, как о математике и человеке. В ранние годы математика не была в числе его интересов, он поступил в Московский институт нефтехимической и газовой промышленности и, окончив его, стал работать в научно-исследовательском институте. Осознав необходимость дополнительных знаний по математике, он стал посещать лекции в Московском университете (многие из которых читали выдающиеся математики) и семинар В. М. Тихомирова по теории приближений и экстремальным задачам. И лекции, и участие в работе семинара оказали сильное воздействие на Георгия Георгиевича. В 1970 году он поступил на вечернее отделение мех-мата МГУ, окончил его с отличие и с тех пор математика стала его основной профессией. В настоящее время Г. Г. Магарил-Ильяев профессор кафедры высшей математики Московского государственного института радиотехники, электроники и автоматики и по совместительству профессор кафедры общих проблем управления Московского университета и заведующий отделом выпуклого анализа Института прикладной математики и информатики Владикавказского научного центра РАН. Он активно работающий математик, им опубликовано более 90 научных работ, среди которых две монографии.

Научные интересы Георгия Георгиевича связаны с функциональным анализом, теорией приближений и теорией экстремальных задач. Расскажем здесь о нескольких направлений его творчества.

1. *Вложение функциональных классов.* Общая задача о вложении классов дифференцируемых функций на $\mathbb{R}^n$ может быть описана так: про обобщенную функцию $x(\cdot)$ на $\mathbb{R}^n$ известно, что она имеет набор гладкостей $\{(\alpha^i = (\alpha^i_1, \ldots, \alpha^i_n), p^i = (p^i_1, \ldots, p^i_n))\}_{i=1}^N$, т. е. α^i-ая производная принадлежит пространству $L_{p^i}(\mathbb{R}^n)$, $1 \leqslant i \leqslant N$. Спрашивается, как описать совокупность *всех* гладкостей, которыми обладает функция $x(\cdot)$? Г. Г. Магарил-Ильяев для случая, когда $1 < p^i_k < \infty$ по набору $\{(\alpha^i, p^i)\}_{i=1}^N$ построил полиэдр в $\mathbb{R}^{2n}$, точки которого и только они являются точками гладкости функции $x(\cdot)$. Этот результат обобщает ряд известных утверждений о вложении классов гладких функций на $\mathbb{R}^n$.

2. *Неравенства для производных колмогоровского типа.* Эта тематика, берущая начало от исследований Э. Ландау, Г. Харди, Д. Литтлвуда, Г. Пойа, А. Н. Колмогорова и др., имеет разнообразные приложения в анализе. Г. Г. Магарил-Ильяеву принадлежит заметная доля среди точно решенных задач о подобных неравенствах. Особенностью его подхода явилось использование общих методов теории экстремума и теории двойственности в выпуклом анализе. В работе, совместной с А. П. Буслаевым и В. М. Тихомировым,

доказана весьма нестандартная теорема существования решения в задаче о неравенствах для производных колмогоровского типа.

Эти два круга вопросов легли в основу кандидатской диссертации Г. Г. Магарил-Ильяева, защищенной в 1980 году под руководством В. М. Тихомирова.

В основе докторской диссертации была разработка нового направления в теории аппроксимации, которое можно озаглавить так:

3. *Наилучшие приближения некомпактных классов функций.* Развивая идеи К. Шеннона и А. Н. Колмогорова о средней ε-энтропии (на единицу времени) для стохастических и детерминированных процессов на прямой, Г. Г. Магарил-Ильяев ввел понятия средней размерности пространства и оператора среднего ранга, что позволило ему определить средний поперечник по Колмогорову и средний линейный поперечник — аналоги n-поперечника по Колмогорову и линейного n-поперечника. В итоге была построена теория средних поперечников функциональных классов, где возможно количественное сравнение приближения некомпактных классов различными бесконечномерными подпространствами. В ряде важных случаев были найдены точные значения средних поперечников и описаны экстремальные подпространства и операторы.

В последние годы Г. Г. Магарил-Ильяев уделяет значительное внимание теме

4. *Оптимальное восстановление линейных функционалов и операторов.* Концепция оптимального восстановления охватывает, в принципе, всю проблематику теории приближений. Задачи оптимального восстановления линейных функционалов и операторов оказываются тесно связанными с задачами о наилучшем приближении индивидуальных элементов и классов функций фиксированными средствами или методами аппроксимации, с задачами о неравенствах для производных и т. п. Г. Г. Магарил-Ильяев в достаточно общей ситуации получил принципиальный результат о том, что оптимальный метод восстановления линейного функционала является множителем Лагранжа для некоторой выпуклой задачи, для которой задача оптимального восстановления является двойственной.

На основе общих принципов теории экстремума и выпуклой двойственности Г. Г. Магарил-Ильяев и К. Ю. Осипенко получили в последние годы ряд точных результатов о восстановлении линейных функционалов и операторов на различных классах гладких и аналитических функций. Найдены, в частности, явные выражения для оптимальных методов восстановления функций и их производных в различных метриках по неполной и неточной информации о спектре функции. Эти результаты имеют важное прикладное значение (указаны, например, точные границы на спектр, знание которого за пределами этих границ не приводит к уменьшению погрешности). Получены новые точные неравенства для производных колмогоровского типа, где норма промежуточной производной оценивается через норму преобразования Фурье функции и норму старшей производной.

5. *Экстремальные задачи и выпуклый анализ.* На протяжении примерно последних двадцати лет Георгием Георгиевичем совместно с В. М. Тихомировым продумывались многие задачи теории приближений (критерии элементов наилучших приближение, неравенства для производных полиномов и гладких функций, восстановление функционалов и операторов и т. д.) с точки зрения общих принципов теории экстремума и выпуклого анализа. Как определенный итог этих исследований были написаны книги: Г. Г. Магарил-Ильяев, В. М. Тихомиров «Выпуклый анализ и его приложения». Москва, УРСС, вышедшая двумя изданиями (2000 и 2003 гг.) и G. G. Magaril-Il'yaev, V. M. Tikhomirov «Convex Analysis: Theory and Applications». Translations of Math. Monographs, vol. 222, AMS, Providence, RI, 2003.

В заключение скажем несколько слов о личных качествах Георгия Георгиевича. Все, кто с ним общался, знают, что он общителен, остроумен и доброжелателен. Научные и человеческие контакты с ним отличаются особой атмосферой, сочетающей серьезность обсуждения с шуткой. Порой напряженные моменты споров и дискуссий он умело может разрядить, рассказав веселую историю или анекдот. Георгий Георгиевич с большой самоотдачей и добротой относится к своим коллегам, ученикам и студентам. Мы хотим пожелать ему творческих успехов, здоровья и благополучия.

А. В. Арутюнов, А. П. Буслаев, Э. М. Галеев,
М. Л. Гольдман, В. Б. Демидович, А. Г. Кусраев,
Кутателадзе С.С., К. Ю. Осипенко, В. М. Тихомиров.