*Владикавказский математический журнал*
*Апрель–июнь, 2003, Том 5, Выпуск 3*

*УДК* **517.98**

# О $C^*$- И $JB$-АЛГЕБРАХ ТИПА I

**Ф. Н. Арзикулов**

Предлагаются новые определения $C^*$-алгебры типа I и $JB$-алгебры типа I, использующие понятия носителя подмножества $JB$-алгебры и решетки носителей $JB$-алгебры. Приводится также вариант теоремы о пирсовском разложении в терминах $*$-слабого замыкания аннуляторов. Дается обоснование определения $C^*$-алгебры типа I. Доказаны теоремы о классификации $C^*$- и $JB$-факторов типа I.

## Введение

В данной работе предлагаются новые определения для $C^*$-алгебры типа I и $JB$-алгебры типа I. Для этого вводятся понятия носителя подмножества положительных элементов $JB$-алгебры и решетки носителей $JB$-алгебры. Отметим, что в случаях $JBW$- и $AJW$-алгебр решетку проекторов и решетку носителей этих алгебр можно отождествить. В свою очередь, для явного представления носителя множества и решетки носителей используются аннуляторы подмножеств конуса положительных элементов $JB$-алгебры. Таким образом, аннуляторы вполне могут заменить проекторы в случае общих $JB$-алгебр.

В работе, также, приводится вариант теоремы о пирсовском разложении в терминах $*$-слабого замыкания аннуляторов в $B(H)$ для соответствующего гильбертова пространства. Дается обоснование определения $C^*$-алгебры типа I. А именно, доказано, что если $A$ является $C^*$-алгеброй типа I, то ее $*$-слабое замыкание в соответствующей алгебре фон Неймана $B(H)$ является алгеброй фон Неймана типа I. Построена классификация $C^*$- и $JB$-факторов типа I.

## 1. Определения $C^*$- и $JB$-алгебр типа I

Пусть $A$ — йорданова алгебра и $S \subseteq A_+$. Множество $\operatorname{Ann}(\operatorname{Ann}(S))$ будем называть *носителем множества* $S$, где $\operatorname{Ann}(S) := \operatorname{Ann}_A(S) := \{a \in A : a \cdot b = 0,\ \forall b \in S\}$. В частности, носителем элемента $a \in A_+$ называется множество $\operatorname{Ann}(\operatorname{Ann}(\{a\}))$.

Пусть $\mathcal{P} := \{X \subseteq A : \exists S \subseteq A_+, X = \operatorname{Ann}_A(\operatorname{Ann}_A(S))\}$. В множестве $\mathcal{P}$ введем отношение частичного порядка: для произвольных элементов $X, Y \in \mathcal{P}$ положим $X \leqslant Y$, если $X \subseteq Y$.

***Предложение 1.*** *Упорядоченное множество $(\mathcal{P}, \leqslant)$ — полная решетка.*

$\lhd$ Пусть $X, Y \in \mathcal{P}$. Тогда существуют $S, P \subset A$ такие, что $\operatorname{Ann}(\operatorname{Ann}(S)) = X$, $\operatorname{Ann}(\operatorname{Ann}(P)) = Y$. Обозначим $U := \operatorname{Ann}(\operatorname{Ann}(P \cup S))$. Ясно, что $X, Y \subseteq U$. Докажем, что $\sup\{X,Y\} = U$. Пусть $Z \in \mathcal{P}$ такой, что $X \subseteq Z$, $Y \subseteq Z$. Существует $Q \subseteq A_+$ такое, что $\mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(Q)) = Z$. Тогда $\mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(Q))) \subseteq \mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(S)))$. В то же время, $\mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(S))) = \mathrm{Ann}(S)$ и $\mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(Q))) = \mathrm{Ann}(Q)$. Следовательно, $\mathrm{Ann}(Q) \subseteq \mathrm{Ann}(S)$. Аналогично, $\mathrm{Ann}(Q) \subseteq \mathrm{Ann}(P)$. Отсюда, по определению аннулятора, $\mathrm{Ann}(Q) \subseteq \mathrm{Ann}(P \cup S)$, стало быть, $U \subseteq \mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}((Q))$. В силу произвольности $Z = \mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(Q)) \in \mathcal{P}$ имеем $\sup\{X,Y\} = U$. Следовательно, множество $\mathcal{P}$ относительно $\subseteq$ является верхней решеткой. Аналогично доказывается, что для любого семейства $\{X_i\} \subseteq \mathcal{P}$ верхняя грань $\sup_i X_i$ существует в $\mathcal{P}$ и, если $S_i \subseteq A_+$ такое, что $\mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(S_i)) = X_i$ для любого $i$, то $\sup X_i = \mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(\bigcup_i S_i))$. Тем самым $\mathcal{P}$ — полная решетка. $\triangleright$

Если не оговорено противное, то далее все точные верхние грани и точные нижние грани будут взяты в решетке $\mathcal{P}$, а также иногда вместо $\mathcal{P}$ используем обозначение $\mathcal{P}_A$. Для решетки $\mathcal{P}$ можно вводить аналоги понятий, связанных с проекторами.

Носитель $X$ из $\mathcal{P}$ называется *центральным*, если ${}^d(\mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(S)) \cap^d (\mathrm{Ann}(S)) = 0$, где $S \subseteq A_+$, $X = \mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(S))$ и ${}^dX := \{a \in A : \ \{zay\} = 0, \ \forall x, y \in X\}$ для произвольного множества $X \subseteq A$. Множество центральных носителей обозначим через $Z(\mathcal{P})$. Два носителя $X$ и $Y$ из $\mathcal{P}$ называются *ортогональными*, если $X \cdot Y = \{0\}$, где $X \cdot Y := \{ab : a \in X, b \in Y\}$. Нетрудно заметить, что $A \in Z(\mathcal{P})$, $\sup \mathcal{P} = A$, $\inf \mathcal{P} = 0$, и если $X \in Z(\mathcal{P})$, то $\mathrm{Ann}(X) \in Z(\mathcal{P})$ и $\sup\{X, \mathrm{Ann}(X)\} = A$. Пусть $X \in \mathcal{P}$. Центральным носителем носителя $X$ называется носитель $c(X) = \inf\{Y \in Z(\mathcal{P}) : X \subseteq Y\}$.

***Предложение 2.*** *Множество центральных носителей $Z(\mathcal{P})$ — полная решетка относительно индуцированного порядка.*

$\triangleleft$ Пусть $\{X_i\} \subseteq Z(\mathcal{P})$. Тогда для любого $i$ существует такой центральный проектор $e_i \in P(A^{**})$, что $X_i^{**} = e_i(A^{**})$. В силу доказательства предложения 1 $\sup X_i = \mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(\bigcup S_i))$, где $\{S_i\}$ такое семейство что $(\forall i) X_i = \mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(S_i))$. Нетрудно заметить, что $(\forall i) e_i = \sup\{r(s) : s \in S_i\}$. Отсюда $\sup e_i = \sup\{r(s) : s \in \bigcup_i S_i\}$ и, поскольку ${}^d(\mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(\bigcup_i S_i))) \cup^d (\mathrm{Ann}(\bigcup_i S_i)) = 0$, то $\sup e_i$ — центральный проектор. Следовательно, $[\sup X_i]^{**} = [\mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(\bigcup_i S_i))]^{**} = eA^{**}$, где $e = \sup e_i$. Итак, $\sup X_i \in Z(\mathcal{P})$. $\triangleright$

Из предложения 2 следует, что для всякого $X \in \mathcal{P}$ существует $Z \in Z(\mathcal{P})$ такой, что $c(X) = Z$.

Носитель $X \in \mathcal{P}$ называется *абелевым*, если $X$ является ассоциативной $JB$-подалгеброй алгебры $A$. Пусть $X$ — абелев носитель. Тогда нетрудно установить, что для любого $Y$ из $\mathcal{P}$, если $Y \subseteq X$, то $Y$ — абелев носитель. Пусть $X \in \mathcal{P}$, и $\mathcal{P}_X = \{Y \in \mathcal{P} : Y \subseteq X\}$. Тогда $\mathcal{P}_X$ — полная подрешетка решетки $\mathcal{P}$, и, если $X$ — абелев носитель, то $\mathcal{P}_X$ — булева алгебра.

$JB$-алгебра $A$ называется *$JB$-алгеброй типа I*, если существует абелев носитель $X \in \mathcal{P}_A$ с условием $c(X) = A$.

Пусть $A$ — $C^*$-алгебра. Как известно, множество $A_{sa} = \{x \in A : x* = x\}$ с операцией умножения $x \cdot y = 1/2(xy + yx)$ $(x, y \in A_{sa})$ является $JC$-алгеброй. Пусть $S \subseteq A^+_{sa}$. Множество $\mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(S))$ будем называть носителем множества $S$ в алгебре $A$. В частности, носителем элемента $a \in A^+_{sa}$ называется множество $\mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(\{a\}))$. Введем $\mathcal{P}_A$ так же, как было введено множество $\mathcal{P}$ носителей $JB$-алгебры. В множестве $\mathcal{P}_A$ введем отношение частичного порядка: для произвольных элементов $X, Y \in \mathcal{P}_A$ положим $X \leqslant Y$, если $X \subseteq Y$. Носитель $X$ из $\mathcal{P}_A$ называется центральным носителем, если ${}^d\,\mathrm{Ann}(X) \cap^d (\mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(X)) = 0$. Обозначим множество центральных носителей через $Z(\mathcal{P}_A)$. Пусть $X \in \mathcal{P}_A$. Центральным носителем носителя $X$ называется носитель $c(X) = \inf\{Y \in Z(\mathcal{P}_A) : X \subseteq Y\}$. Носитель $X \in \mathcal{P}_A$ называется абелевым, если $X$ является ассоциативной $JC$-подалгеброй алгебры $A_{sa}$. Алгебра $A$ называется $C^*$-алгеброй типа I, если в $A$ существует абелев носитель $X \in \mathcal{P}_A$ с условием $c(X) = A_{sa}$. Нетрудно заметить, что решетки носителей $C^*$-алгебры $A$ и $JC$-алгебры $A_{sa}$ совпадают, т. е. $\mathcal{P}_A = \mathcal{P}_{A_{sa}}$. Отсюда следует, что $C^*$-алгебра $A$ имеет тип I тогда и только тогда, когда ее самосопряженная часть $A_{sa}$ — $JB$-алгебра типа I. Известное определение $C^*$-алгебры типа I звучит следующим образом: $C^*$-алгебра $A$ называется $C^*$-алгеброй типа I, если для всякого представления $\psi$ $C^*$-алгебры $A$ в алгебру фон Неймана $B(H)$ для некоторого гильбертова пространства $H$, $*$-слабое замыкание образа $\psi(A)$ в $B(H)$ является алгеброй фон Неймана типа I. Следующий параграф показывает, что из введенного в этой работе определения $^*$-алгебры типа I следует известное до настоящего времени определение $^*$-алгебры типа I (см. [2]).

## 2. О корректности определения $C^*$-алгебры типа I

***Предложение 3.*** *Пусть $A$ — $JC$-алгебра с единицей в гильбертовом пространстве $H$, т. е. $A \subseteq B(H)$ и единица $A$ является единицей алгебры фон Неймана $B(H)$, $\phi$ — отображение $\mathcal{P}_A$ на решетку проекторов $P(\pi(A))$ $JW$-алгебры $\pi(A)$, где $\pi(A)$ — $*$-слабое замыкание алгебры $A$ в $B(H)$, определенное как*

$$\phi(X) = \sup\{r(x) : x \in X\} \quad (\forall X \in \mathcal{P}_A),$$

*где супремум вычисляется в $\pi(A)$. Тогда $\phi$ является вложением решетки $\mathcal{P}_A$ в решетку $P(\pi(A))$. Более того $\phi$ — нормально, т. е. при отображении $\phi$ точная верхняя граница (точная нижняя граница) переходит в точную верхнюю границу (соответственно, в точную нижнюю границу).*

$\lhd$ Пусть $\{X_i\} \subseteq \mathcal{P}_A$ и $\sup X_i = X$ в $\mathcal{P}_A$. Докажем, что $\sup \phi(X_i) = \phi(X)$. В силу доказательства предложения 1, поскольку $\mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(Y)) = Y$ для любого $Y \in \mathcal{P}_A$, то $X = \sup X_i = \mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(\bigcup_i X_i))$. Отсюда $\phi(X) \geqslant \sup\{r(x) : x \in \bigcup_i X_i\} = \sup \phi(X_i)$. Пусть $p = \sup \phi(X_i)$. Тогда $px = p$ для любого $x \in X_i$. Имеем $\mathrm{Ann}_{\pi(A)}(A)(\bigcup_i X_i) = U_{1-p}(\pi(A))$ и $\mathrm{Ann}(\bigcup_i X_i) \subseteq \mathrm{Ann}_{\pi(A)}(A)(\bigcup_i X_i)$. Отсюда $\mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(\bigcup_i X_i)) \subseteq U_p(\pi(A))$, т. е. $\phi(\mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(\bigcup_i X_i)) = \phi(X) \leqslant p$. Следовательно, $\phi(X) = \sup \phi(X_i)$. Аналогично можно установить, что $\inf \phi(X_i) = \phi(\inf X_i)$. $\rhd$

***Следствие 1.*** *При условиях предложения 3 для всякого $S \subseteq A_+$ имеет место* $\mathrm{Ann}_{\pi(A)}(\mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(S)) \cup \mathrm{Ann}(S)) = 0$.

$\lhd$ Имеем $\sup\{\mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(S)), \mathrm{Ann}(S)\} = A$. Поэтому, в силу предложения 3 поскольку единица $A$ является единицей $B(H)$, то $\mathrm{Ann}_{\pi(A)}(\mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(S)) \cup \mathrm{Ann}(S)) = 0$. $\rhd$

В силу следствия 1 и доказательства теоремы 2.1 из [1] имеет место следующая теорема:

***Теорема 1.*** *Пусть $A$ — $JC$-алгебра с единицей самосопряженных ограниченных линейных операторов в гильбертовом пространстве $H$, $\pi(A)$ — $*$-слабое замыкание $A$ в $B(H)_{sa}$. Тогда для любого $S \subseteq A_+$ верно*

$$\pi(A) = \pi(\mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(S)) \oplus \pi(^d(\mathrm{Ann}(\mathrm{Ann}(S))) \cap^d (\mathrm{Ann}(S))) \oplus \pi(\mathrm{Ann}(S)). \qquad (1)$$

Замечание. Пусть $X$ — гиперстоуновский компакт с подмножеством $X_0$ всех изолированных точек, которое всюду плотно в $X$, $\mathrm{Re}\,(X_0)$ — булева алгебра всех подмножеств множества $X_0$. По теореме Стоуна $\mathrm{Re}\,(X_0)$ изоморфна булевой алгебре всех открыто-замкнутых подмножеств с точностью до гомеоморфизма единственного гиперстоуновского компакта $X$ алгебры $\mathrm{Re}\,(X_0)$. А также, $X$ является компактификацией Стоуна — Чеха $\beta(X_0)$ множества $X_0$, рассматриваемого как дискретное топологическое пространство. Тогда, если $|X_0| = \aleph$ для некоторого бесконечного кардинального числа $\aleph$, тогда в силу [4; п. 3.6.11] $|X| = 2^{2^{\aleph}}$. Пусть $Y$ — такой гиперстоуновский компакт, что $C(X)^{**} \cong C(Y)$. Тогда можно считать, что $X \subseteq Y$. Далее, можно непосредственно проверить, что множество $X$ является множеством всех изолированных точек компакта $Y$ и всюду плотно в $Y$. Следовательно, $Y \setminus X$ — множество всех неизолированных точек компакта $Y$. Заметим, что $|X_0| = \aleph < |X| = 2^{2^{\aleph}}$. Далее, легко видеть, что точки множества $X_0$ порождают все минимальные проекторы алгебры $C(X)$, а точки множества $X$ порождают все минимальные проекторы алгебры $C(Y)$. Причем $X_0 \subset X$, $X_0 \neq X$ и $C(X)$ подалгебра алгебры $C(Y)$. Из того, что в $C(Y)$ имеются минимальные проекторы, которые не лежат в $C(X)$, следуют $\mathrm{Ann}_{C(X)^{**}}(\mathrm{Ann}_A(S) \cup \mathrm{Ann}_A(\mathrm{Ann}_A(S))) \neq 0$ и $\mathrm{Ann}_{C(X)^{**}}(\mathrm{Ann}_A(P) \cup \mathrm{Ann}_A(\mathrm{Ann}_A(P))) \neq 0$ $(\mathrm{Ann}_A(S) = \mathrm{Ann}_A(\mathrm{Ann}_A(P))$, где $S$ и $P$ два равномощных множества минимальных проекторов, удовлетворяющие условию $S \cup P = X_0$. Это означает, что, если в теореме 1 вместо $\pi(A)$ взять $A^{**}$, то равенство (1) выполняется не всегда. Поэтому в этом случае знак «=» в формуле (1) нужно заменить на $\subseteq$.

Пусть $\psi$ — представление $C^*$-алгебры $A$ в $B(H)$, $\mathcal{N}(\psi(A))$ — алгебра фон Неймана, порожденная $C^*$-алгеброй $\psi(A)$ в $B(H)$. По определению $\psi$ образ $\psi(A)$ является $C^*$-алгеброй типа I, если $C^*$-алгебра $A$ имеет тип I. В этом случае для абелева носителя $X$, с центральным носителем $A$, $\psi(X)$ является абелевым носителем с центральным носителем $\psi(A)$ и $\mathcal{N}(\psi(X)) = U_p(\mathcal{N}(\psi(A)))$ для некоторого проектора $p \in \mathcal{N}(\psi(A))$. В силу предложения 3 проектор $p$ является абелевым проектором, удовлетворяющим условию $c(p) = 1$. В силу произвольности представления $\psi$ получаем следующее предложение.

***Предложение 4.*** *Если $A$ является $C^*$-алгеброй типа I, то для всякого представления $\psi$ в $B(H)$ алгебра фон Неймана $\mathcal{N}(\psi(A))$, порожденная в $B(H)$ образом $\psi(A)$, является алгеброй фон Неймана типа I.*

## 3. Классификация $C^*$- и $JB$-факторов типа I

***Теорема 2.*** *Пусть $A$ — $JC$-фактор операторов в гильбертовом пространстве $H$, имеющий тип I, и всякое ортогональное семейство проекторов в $A$ имеет точную верхнюю грань в $A$. Тогда $A$ является $JW$-фактором типа I.*

$\lhd$ Пусть $\pi(A)$ — $*$-слабое замыкание $A$ в $B(H)_{sa}$. Тогда в силу предложения 3 $\pi(A)$ является $JW$-фактором типа I, т. е. $\pi(A) = B(H)_{sa}$. Заметим, что для произвольного проектора $p$, который является суммой конечного количества минимальных проекторов алгебры фон Неймана $B(H)$, подалгебра $U_p(B(H)_{sa})$ — конечномерное рефлексивное пространство и является $*$-слабым замыканием $U_p(A)$. Поэтому и $U_p(A)$ является рефлексивным пространством, т. е. $U_p(A) = U_p(A)^{**}$. Следовательно, $U_p(A) = U_p(B(H)_{sa})$. Отсюда для всякого конечного числа проекторов $e_1, e_2, \ldots, e_n$ из максимального семейства $\{e_i\}$ минимальных проекторов из $B(H)$, $\{e_1, e_2, \ldots, e_n\} \subseteq A$ и $\sum^{\oplus}_{ij=1,\ldots,n}\{e_i B(H)_{sa} e_j\} \subseteq A$. Итак, $A$ содержит все минимальные проекторы $B(H)_{sa}$. Теперь, достаточно доказать, что всякий проектор $B(H)_{sa}$ лежит в $A$. Пусть $e$ — проектор из $B(H)_{sa}$ и является точной верхней гранью одномерных проекторов $\{e_j\}$, т. е. $\sup e_j = e$. Отметим, что семейство $\{e_j\}$ лежит в $A$. Как показано выше, каждое ортогональное семейство в $A$ имеет точную верхнюю границу в $A$. Пусть $f$ — точная верхняя грань семейства $\{e_j\}$ в алгебре $A$. Ясно, что $f \geqslant e$. Если $g = f - e \neq 0$, то существует минимальный проектор $g'$ такой, что $g' \leqslant g$. Тогда $g'$ ортогонален всем $e_j$, следовательно, он ортогонален проекторам $f$ и $e$. Получили противоречие. Следовательно, $f = e$ в $A$. Поэтому $A \cong B(H)_{sa}$ и $A$ — $JW$-фактор типа I.

В то же время имеет место и следующая теорема.

***Теорема 3.*** *Пусть $B$ — $JB$-фактор, $\{q_i\}$ — бесконечное ортогональное семейство попарно эквивалентных минимальных проекторов в $B$ такое, что $\sup q_i = 1$, и для любого $i$ выполняется равенство $U_{q_i}(B) = Rq_i$. Предположим, что каждое ортогональное семейство проекторов алгебры $B$ имеет точную верхнюю границу в $B$. Тогда $B$ является $JW$-фактором типа I.*

$\lhd$ В силу того, что проекторы из $\{q_i\}$ попарно эквивалентны и $\sup q_i = 1$, то $U_{q_i}(B)$ для любого $i$ — максимальный абелев носитель с центральным носителем $B$, т. е. $B$ — $JB$-фактор типа I. Применив теорему 2, получаем, что $B$ — $JW$-фактор типа I. $\rhd$

Теперь приведем пример $JB$- и $C^*$-факторов типа I, которые не являются $JW$- и $W^*$-факторами типа I соответственно. Для всякого натурального числа $n$ алгебру $M_n(C)$ рассмотрим как алгебру, содержащуюся в $M_{n+1}(C)$, и возьмем индуктивную систему

$$C \to M_2(C) \to M_3(C) \to M_4(C) \to \dots$$

Индуктивный предел $A_0$ этой индуктивной системы является $*$-алгеброй. В силу единственности $C^*$-нормы в каждой $M_n(C)$ получим $C^*$-норму $\|\cdot\|$ на $A_0$, определив $\|x\|$, как норму $y$ в $M_n(C)$ всякий раз когда $x$ имеет $y$ как представитель в $M_n(C)$. Пополнение $A$ по этой норме алгебры $A_0$ является $C^*$-алгеброй.

Для всякой матрицы $e_{ii}$ в $A$, на диагонали которой одна единица ($(i,i)$-ая компонента) и все остальные компоненты нули, $U_{e_{ii}}(A)$ лежит в $\mathcal{P}_A$ и является абелевым носителем с центральным носителем $A$. Следовательно $A$ — $C^*$-алгебра типа I. Заметим, что $A$ — сепарабельная $C^*$-алгебра и всякая максимальная коммутативная $*$-подалгебра алгебры $A$ изоморфна коммутативной $*$-алгебре всех бесконечных сходящихся к нулю последовательностей. Отсюда у всякого бесконечного ортогонального семейства ненулевых проекторов алгебры $A$ не существует точной верхней границы в $A$. Следовательно, $A$ не является $W^*$-фактором типа I. Поэтому самосопряженная часть $A_{sa}$, являясь $JB$-фактором типа I, не является $JW$-фактором типа I. Заметим, что $JC$-алгебра $A_{sa}$ не удовлетворяет условиям теорем 2 и 3.

Замечание 2. Так как самосопряженная часть $C^*$-алгебры является $JC$-алгеброй, то имеют место и ассоциативные аналоги теорем 2 и 3. Последняя, т. е. аналог теоремы 3 для $C^*$-алгебр, имеется в [3].

## Литература

1. *Арзикулов Ф. Н.* Об одном аналоге пирсовского разложения // Сиб. мат. журн.—1999.—Т. 40, № 3.—С. 485–492.
2. *Диксмье Ж.* $C^*$-алгебры и их представления.—М.: Наука, 1974.—399 с.
3. *Kaplansky I.* Algebras of type I // Ann. of Math.—1952.—V. 56, № 2.—P. 460–472.
4. *Энгелькинг Р.* Общая топология.—М.: Мир, 1986.—752 с.

*Статья поступила 3 марта 2003 г.*

Арзикулов Фархад Нематженович, к. ф.-м. н.
г. Андижан, Научный центр Андижан — Наманган АН респ. Узбекистан
E-mail: arzikulovFN@rambler.ru