Séminaire Lotharingien de Combinatoire **76** (2016), Article B76z

Dominique Dumont (1947–2016)

Notre collègue Dominique Dumont est décédé le 18 février 2016 à la clinique Saint-Vincent, à Sant-Denis de la Réunion, où il avait été transporté d'urgence, en provenance de sa résidence à Antananarivo, Madagascar. Ses funérailles ont été célébrées dans sa nouvelle patrie d'adoption le 29 février 2016, en présence des membres de l'Akademia Malagasy, dont il faisait partie, ainsi que de nombreux collègues mathématiciens malgaches.

Dominique Dumont est né le 15 août 1947 à Pontarlier (Doubs). Après ses études à l'École Normale Supérieure de Cachan, il avait passé l'agrégation en 1969, soutenu une thèse de troisième cycle à Strasbourg en 1973, puis une thèse de doctorat d'État en 1980, toujours à Strasbourg.

Sa carrière universitaire a débuté à la Faculté des Lettres de Besançon, en qualité d'assistant, où il a assuré les cours de logique pour les philosophes et les linguistes et le cours de statistique pour les géographes, de 1970 à 1973. A cette époque, il avait rencontré Schützenberger, qui lui avait suggéré de s'intéresser à une conjecture récente de Gandhi [1], portant sur les nombres de Genocchi G_{2n}, ces nombres entiers impairs, (proches des nombres de Bernoulli), qu'on peut définir par l'identité : $u\,\mathrm{tg}(u/2) = \sum_{n\geq 1} G_{2n}u^{2n}/(2n)!$ Cette conjecture a très vite été démontrée par Carlitz [2], Riordan et Stein [3], par des méthodes analytiques. Soit $(L_n(x))$ la suite des polynômes définis par $L_1(x) = x^2$, $L_n(x) = x^2(L_{n-1}(x+1) - L_{n-1}(x))$ $(n \geq 2)$. En fait, cette conjecture consistait à démontrer que l'on avait : $G_{2n} = L_{n-1}(1)$ $(n \geq 2)$.

L'apport de Dumont, qui a fait immédiatement l'objet de deux publications [4,5], a constitué le corps de sa thèse de doctorat de troisième cycle [6], soutenue à Strasbourg en 1973. Non seulement il a su trouver plusieurs interprétations combinatoires des nombres G_{2n}, *les premières connues*, mais aussi fait apparaître ces polynômes $L_n(x)$ comme des polynômes générateurs de plusieurs statistiques et ainsi enrichir l'arithmétique de ces nombres.

Ce travail de doctorat a été la source de plusieurs travaux ultérieurs (*cf.* [7]) sur les nombres de Genocchi, tant du point de vue arithmétique que celui de la combinatoire, par différents auteurs comme Barsky, Carlitz, Randrianarivony, Viennot, Zeng, en collaboration ou non avec Dumont. Il a aussi permis à ce dernier d'être immédiatement recruté par l'Université Louis-Pasteur de Strasbourg, en qualité de maître-assistant.

La préoccupation constante de Dumont a été de consulter sans cesse les travaux des mathématiciens du tournant du vingtième siècle, à une époque où le corpus des fameuses fonctions spéciales n'avait pas encore été mis en place et de voir si les calculs des auteurs reflétaient, en fait, des relations entre des objets combinatoires, essentiellement des ensembles de permutations sur des ensembles finis.

C'est ainsi qu'il s'est intéressé aux fonctions sn, cn et dn de Jacobi, en particulier au calcul de leurs coefficients de Taylor à l'origine. Dans les années soixante-dix, Schett [8, 9] avait introduit une suite (X_n) $(n \geq 0)$ de polynômes à trois variables, définis par la relation $X_0 = x$, $X_n = yz(\partial/\partial x)X_{n-1} + zx(\partial/\partial y)X_{n-1} + xz(\partial/\partial z)X_{n-1}$ $(n \geq 1)$ et prouvé que les coefficients des séries de Taylor des fonctions sn, cn et dn s'exprimaient comme simples spécialisations des polynômes X_n. Ces derniers, appelés polynômes de Schett par Dumont, ont été interprétés par lui comme des polynômes générateurs du groupe des permutations par une statistique bivariée dépendant du nombre de pics de cycle.

Le calcul de Schett et les interprétations combinatoires obtenues ont permis ensuite à Dumont de faire une étude parallèle pour des fonctions de quatre variables, nommées Sn, Cn, Dn et En, certes non elliptiques, mais ayant des spécialisations intéressantes en les fonctions cn, sn, dn et étant pourvues d'une géométrie combinatoire analogue. Cette étude, publiée dans deux articles [10, 11] a formé le corps de sa thèse de doctorat d'Etat [12], soutenue en 1980. Comme mentionné par Olson [13], qui a recensé l'article [11] dans *Math. Reviews*, il reste à utiliser les fonctions Sn, Cn, Dn et En pour paramèter une courbe dans $\mathbf{P}^4$, qui soit l'intersection de trois quadriques. Il ne semble pas que ce beau travail de Schett-Dumont ait eu la postérité qu'il méritait. On trouve cependant une utilisation du formalisme de Dumont pour les fonctions sn, cn et dn dans la thèse de doctorat de Conrad [14] et une synthèse des modèles combinatoires proposés pour l'étude des fonctions elliptiques, y compris celui de Dumont, dans le mémoire de Conrad et Flajolet [15].

La troisième voie, que Dumont [16] a ouverte, a été de faire revivre l'ancien mémoire de Seidel [17] sur la génération de suites de nombres, obtenues par applications successives de différences finies. En partant d'une suite, en général de nombres (ou de polynômes) (a_j) $(j = 0, 1, 2, \dots)$, dite *suite initiale*, on construit la matrice infinie $A = (a_{i,j})$ $(i \geq 0, j \geq 0)$ définie par la récurrence : $a_{0,j} := a_j$ $j \geq 0$ et $a_{i,j} := a_{i-1,j} + a_{i-1,j+1}$ $(i \geq 1, j \geq 0)$. Soit Φ l'application qui envoie la suite initiale (première ligne $a_{0,*} := (a_{0,j})$ $(j \geq 0)$ de la matrice A) sur sa première colonne $a_{*,0} := (a_{i,0})$ $(i \geq 0)$.

Seidel (*op. cit.*) avait noté des propriétés remarquables de la transformation Φ lorsque la suite initiale est formée de nombres de Bernoulli, de nombres de Genocchi et de nombres tangents, respectivement.

Dumont (*op. cit.*) a fourni d'autres exemples d'applications, anciens et nouveaux, d'utilisation de cette transformation Φ. On trouve dans [18] une étude plus approfondie de la génération des nombres de Genocchi, utilisant cette transformation et dans [19] une étude montrant que les calculs proposés par Arnol'd [20, 21] relèvent directement de la méthode de Seidel.

Son intérêt pour la théorie des nombres n'a pas fléchi, comme en témoigne la conjecture suivante qu'il a formulée [22] en 2004 : pour chaque entier n soit $r_k^{1(2)}(n)$ le nombre de suites $(x_1, x_2, \ldots, x_k)$ de k entiers impairs dont la somme des carrés est égale à n. Soit, de même, $c_k^{1(4)}(n)$ (resp. $c_k^{3(4)}(n)$) le nombre de suites $(x_1, x_2, \ldots, x_k)$ de k entiers congrus à 1 (resp. à 3) modulo 4, dont la somme $x_1x_2 + x_2x_3 + \cdots + x_{k-1}x_k + x_kx_1$ est égale à n. Alors, $r_k^{1(2)}(n) = c_k^{1(4)}(n) - (-1)^k c_k^{3(4)}(n)$. Un tel énoncé généralise les résultats classiques de Lagrange, Gauss, Jacobi et Kronecker sur les décompositions de tout entier en deux, trois et quatre carrés. On doit à Lass [23] d'en avoir donné une très belle démonstration, utilisant, disons, le calcul matriciel, mais surtout les identités classiques sur les q-séries (q-binomial, triple produit, ...).

Dumont ne manquait pas de s'intéresser aux mathématiques accessibles à un grand public. C'est ainsi, peut-être à la suite de la publication de l'ouvrage de Knuth [24] sur le problème de la stabilité des mariages, qu'il a publié sa version [25], abordant le problème des listes de préférence incomplètes pour les aspirants au mariage. Apparemment, l'article a été bien reçu, puisqu'il a fait l'objet d'une reproduction pour grand public [26] et d'une traduction en allemand [27] dans la revue *Spektrum der Wissenschaft*, sous l'impulsion du rédacteur Christoph Pöppe [28], "à l'occasion du prix Nobel en économie pour Lloyd Shapley, qui a résolu une généralisation du problème des mariages stables."

Depuis la renaissance de la recherche en combinatoire dans les années soixante, on a toujours cherché à formaliser les calculs d'énumération dans un cadre algébrique. Ce dernier est souvent une algèbre de polynômes, ou de séries formelles, qui en plus doit supporter certaines règles, comme la dérivation, par exemple. La théorie des espèces de structures, chère à nos amis canadiens du Québec [29] en est un exemple classique. On doit à William Y.C. Chen [30] d'avoir présenté un cadre assez général, qu'il a appelé "context-free grammars", que Dumont a pu exploiter dans deux articles [31, 32] en se référant désormais aux "grammaires de Chen."

C'est justement durant l'année 2015 que Dumont a reçu une invitation de la part de William Chen, le directeur du Center for Combinatorics (Nankai University, Tianjin, Chine) pour venir quelque temps dans son centre afin de confronter leurs idées communes sur ces grammaires. Hélas, Dumont était très malade et avait été transféré à La Réunion pour y être opéré. On a dû le rapatrier ensuite vers l'hôpital de la Salpétrière à Paris pour soins complémentaires. Après quelques mois de convalescence dans la région parisienne, il avait cependant regagné Madagascar, pour retourner une nouvelle fois en urgence à la Réunion en décembre 2015, où il n'a pas survécu.

Dumont n'a pas fait une carrière classique. Au moment où il aurait pu trouver un poste de professeur, il a préféré partir pour l'Afrique, en coopération, comme on dit dans le langage administratif. D'abord à l'Université de Ouagadougou, Burkina-Faso (l'ancienne Haute-Volta) de 1986 à 1988. Il a pu y rencontrer des coopérants russes de l'ancienne U.R.S.S. Ensuite à l'Université d'Antananarivo, Madagascar, de 1990 à 1995, où il s'est imprégné de la culture ambiante, jusqu'à faire certains de ses cours dans la langue malgache. Nul doute qu'il avait le don des langues. Il avait même appris le serbo-croate lors d'un séjour de quelques mois en 1977, à la Faculté d'Electronique de Belgrade dans l'ancienne Yougoslavie. Il disait que la maîtrise de cette langue lui permettait aussi de communiquer aisément en Tchécoslovaquie et en Pologne.

A l'Université d'Antananarivo il a eu un réel rayonnement scientifique et a pu former à la recherche mathématique plusieurs étudiants de D.E.A., notamment Arthur Randrianarivony, Hilarion Faliharimalala, Armand Ramamonjisoa, qui ont tous trois soutenu une thèse de doctorat à Strasbourg, Lyon et Montréal, respectivement. Les Malgaches lui sont reconnaissants de son implication dans la vie locale et l'ont perçu, d'après Patrick Rabarison, un collègue de l'université d'Antananarivo, comme un "homme bon, généreux et bien estimé, un grand ami et un bienfaiteur."

Notons enfin que sur son site électronique personnel, il avait rendu public un long texte, dans lequel il expliquait n'avoir nullement renié son idéal de jeunesse, mais seulement pris ses distances. Le texte est toujours accessible sur internet [33].

Références

[1] Gandhi (J.M.). — A conjectured representation of Genocchi numbers, *Amer. Math. Monthly* 77 (1970), 505–506.

[2] Riordan (John) ; Stein (Paul R.). — Proof of a conjecture on Genocchi numbers, *Discrete Math.* 5 (1973), 381–388.

[3] Carlitz (L.). — A conjecture concerning Genocchi numbers, *Norske Vid. Selsk. Skr. (Trondheim)* 9 (1971), 4 pp.

[4] Dumont (Dominique). — Sur une conjecture de Gandhi concernant les nombres de Genocchi, *Discrete Math.* 1 (1972), 321–327.

[5] Dumont (Dominique). — Interprétations combinatoires des nombres de Genocchi, *Duke Math. J.* 41 (1974), 305–318.

[6] Dumont (Dominique). — Propriétés géométriques des nombres de Genocchi, Thèse de doctorat de troisième cycle, 10 juillet 1973, Université Louis Pasteur de Strasbourg, 64 p.

[7] Viennot (Gérard). — Interprétations combinatoires des nombres d'Euler et de Genocchi, Séminaire de Théorie des Nombres, Univ. Bordeaux, 1980–1981, exposé no. 11, pp. 1–94 (`https://eudml.org/doc/182140`).

[8] Schett (Alois). — Recurrence formula of the Taylor series expansion coefficients of the Jacobian elliptic functions, *Math. Comp.* 31 (1977), no. 140, 1003–1005.

[9] Schett (Alois). — Properties of the Taylor series expansion coefficients of the Jacobian elliptic functions, *Math. Comp.* 30 (1976), no. 133, 143–147.

[10] Dumont (Dominique). — A combinatorial interpretation for the Schett recurrence on the Jacobian elliptic functions, *Math. Comp.* 33 (1979), no. 148, 1293–1297.

[11] Dumont (Dominique). — Une approche combinatoire des fonctions elliptiques de Jacobi, *Adv. in Math.* 41 (1981), no. 1, 1–39.

[12] Dumont (Dominique). — Études combinatoires de certaines fonctions transcendantes, Thèse de doctorat d'Etat, 14 mai 1980, Univ. Louis Pasteur de Strasbourg, Publ. I.R.M.A. Strasbourg, 1980, 095/TE-09, 88 p.

[13] Olson (Loren D.). — Review of Dumont's paper [11] "Une approche . . . de Jacobi," *Math. Reviews* MR0625332 (82k:33004).

[14] Conrad (Eric van Fossen). — Some continued fraction expansions of Laplace transforms of Elliptic Functions, Ph. D. dissertation, Ohio State Univ., 2002, 100 pp.

[15] Conrad (Eric van Fossen); Flajolet (Philippe). — The Fermat Cubic, Elliptic Functions, Continued Fractions, and a Combinatorial Excursion, *Séminaire Lotharingien de Combinatoire*, B54g (2006), 44 pp. (`http://www.mat.univie.ac.at/~slc/`).

[16] Dumont (Dominique). — Matrices d'Euler–Seidel, *Séminaire Lotharingien de Combinatoire*, B05c (1981), 25 pp. [Anciennement : Publ. I.R.M.A. Strasbourg, 1982, 182/S-04, pp. 59–78.] (`http://www.mat.univie.ac.at/~slc/`).

[17] Seidel (L.). — Über eine einfache Entstehungsweise der Bernoullischen Zahlen und einiger verwandten Reihen, *Sitzungsberichte der Münch. Akad. Math. Phys. Classe* 7 (1877), 157–187.

[18] Dumont (Dominique) ; Viennot (Gérard). — A combinatorial interpretation of the Seidel generation of Genocchi numbers, *Combinatorial mathematics, optimal designs* [J. Srivastava, ed., Fort Collins, 1978], pp. 77–87. — Amsterdam, North-Holland, 1980 (*Annals of Discrete Math.* 6).

[19] Dumont (Dominique). — Further triangles of Seidel-Arnold type and continued fractions related to Euler and Springer numbers, *Adv. in Appl. Math.* 16 (1995), no. 3, 275–296.

[20] Arnol'd (V. I.). — Bernoulli-Euler updown numbers associated with function singularities, their combinatorics and arithmetics, *Duke Math. J.* 63 (1991), no. 2, 537–555.

[21] Arnol'd (V. I.). — Snake calculus and the combinatorics of the Bernoulli, Euler and Springer numbers of Coxeter groups. *Uspekhi Mat. Nauk* 47 (1992), no. 1(283), 3–45, 240; traduction en anglais *Russian Math. Surveys* 47 (1992), no. 1, 1–51.

[22] Dumont (Dominique). — A conjecture on sums of any number of odd squares, note manuscrite, 3 p. Exposé oral au Séminaire de Théorie des nombres et combinatoire, Institut Camille Jordan, Univ. Lyon, 2004.

[23] Lass (Bodo). — Démonstration de la conjecture de Dumont, *C. R. Math. Acad. Sci. Paris* 341 (2005), no. 12, 713–718.

[24] Knuth (Donald E.). — *Mariages stables et leurs relations avec d'autres problèmes combinatoires*. — Presses Univ. Montréal, Montréal, P.Q., 1976.

[25] Dumont (Dominique). — Mariages stables, *Séminaire Lotharingien de Combinatoire* B23c (1990), 12 pp. [Anciennement : Publ. I.R.M.A. Strasbourg, 1992, 460/S-23, p. 67-76.] (`http//www.mat.univie.ac.at/∼slc/`).

[26] Dumont (Dominique). — Les mariages stables, *Pour la science*, oct. 1989.

[27] Dumont (Dominique). — Verkuppeln auf Mathematisch, *Spektrum der Wissenschaft*, déc. 2012.

[28] Pöppe (Christoph). — Un courriel du 25 octobre 2012.

[29] Bergeron (François) ; Labelle (Gilbert) ; Leroux (Pierre). — *Combinatorial Species and Tree-like Structures*. — Cambridge University Press, 1998.

[30] Chen (William Y.C.). — Context-free grammars, differential operators and formal power series, *Theoretical Computer Science* 117 (1993), nos. 1–2, 113–129.

[31] Dumont (Dominique). — Grammaires de William Chen et dérivations dans les arbres et arborescences, *Séminaire Lotharingien de Combinatoire*, B37a (1996), 21 pp. (`http//www.mat.univie.ac.at/∼slc/`).

[32] Dumont (Dominique); Ramamonjisoa (Armand). — Grammaire de Ramanujan et arbres de Cayley [The Foata Festschrift], *Electron. J. Combin.* 3 (1996), no. 2, Research Paper 17, approx. 18 pp. (`http://www.combinatorics.org/`).

[33] Dumont (Dominique). — Prise de parole sur l'engagement politique et le sectarisme,
`http://lou.quetiero.free.fr/1.ARTICLES/2010/19990521-DUMONT.Dominique.html`

le 16 mars 2016 Dominique Foata