

Onze variations sur le thème *musique-mathématique*

- François Nicolas -

Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications (SIGMA)
Special Issue on Differential Geometry Inspired by Mathematical Physics
in honor of Jean-Pierre Bourguignon for his 75th birthday

À trois reprises, ma trajectoire a tangenté celle de Jean-Pierre Bourguignon :

- en 1968 à l'École Polytechnique (où ma promotion succédait à celle de Jean-Pierre) à l'occasion des débats internes sur une réforme de l'enseignement mathématique ;
- en 1999 à l'Ircam (où j'étais compositeur-chercheur) à l'occasion du Forum Diderot *Mathématiques-Musique* que la Société mathématique européenne (dont Jean-Pierre était alors président) organisait à Lisbonne, Paris et Vienne ;
- en 2007 à l'IHES (que dirigeait alors Jean-Pierre) à l'occasion d'une journée pour le tricentenaire de la naissance d'Euler où il m'avait invité à présenter la théorie eulérienne de la musique.

En chacune de ces circonstances, comme dans les périodes intermédiaires pendant lesquelles nos rapports étaient surtout de nature épistolaire, se manifestait une camaraderie, une fraternité qui prenait la forme de ce serrement de mains dont Spinoza a écrit qu'il était le geste des hommes libres lorsqu'ils avaient la chance de se croiser.

Cette reconnaissance réciproque entre deux personnes devenues respectivement musicien et mathématicien est d'autant plus appréciable que les chemins de la mathématique et de la musique ont pendant longtemps divergé depuis l'antique *quadrivium* en sorte que l'indifférence subjective a amplement prévalu entre la grande majorité de leurs acteurs respectifs. ¹

Thème

Des affinités entre musique et mathématique comme entre mathématique et musique (comme on va le voir, ces rapports ne sont pas symétriques) continuent d'agir dans l'ère moderne.

Ces affinités vont constituer le thème que je voudrais développer dans cet hommage à Jean-Pierre. Je me propose de le faire en une libre série de onze variations, exposées dans un style aussi rigoureux que possible (en référence au style du discours mathématique).

¹ Comme on va le voir dans la suite de ce texte, il est vrai qu'aujourd'hui une proximité de type nouveau est à l'ordre du jour chez différents protagonistes.

Je m'autoriserai de cette amicale circonstance pour tester, de manière parfois aventureuse, quelques hypothèses, j'espère fécondes, sur ces affinités.

1. Parallélisme musique-mathématique

Musique

- 1) La musique rend sensible ce *qu'ek-sister* veut dire : se tenir (*sistere*) au-delà (*ek*) de l'existence objective ² par émergence d'une dynamique subjective venant excéder en toutes parts la survie biologique de l'espèce humaine.
- 2) La musique rend cela sensible – le « sonorise » - en formalisant cette *ek-sistence* selon un corps-accord (qui intrique musiciens et instruments de musique) rayonnant un discours musical apte à habiter un lieu architecturalement donné.
- 3) La musique donne ainsi forme sensible à cette puissance humaine, collective et individuelle, de supporter plus grand que soi - de transcender son destin d'espèce animale - en faisant *ek-sister* quelque œuvre, cette modalité musicale d'un sujet généralement entendu comme fragile mais tenace opérateur de beauté, de bonté et de justice.
- 4) Ce faisant, les *résonances* de la musique dans le monde de l'humanité viennent l'étendre par adjonction d'affects de type nouveau :
la confiance jubilante (Bach), *l'humour musical* (Haydn), *le dramatique musical* (Mozart), *l'humeur musicale* (Schumann), *le tragique musical* (Brahms), *le soulèvement musical* (Wagner), *la fougue musicale* (Scriabine), *le courage musical* (Schoenberg), *la détermination musicale* (Prokofiev), *la fluidité musicale* (Carter), *l'angoisse musicale* (Barraqué), *la submersion musicale* (Zimmermann)...
- 5) Pour ce faire, cette formalisation sensible s'assure, depuis un millénaire environ, d'une possible inscription littérale selon une écriture ad hoc - le *solfège* - en sorte que le corps-accord musical devient ainsi la médiation sensible d'un écartèlement de la pensée entre partition sourde et écoute aveugle.

Mathématique

La mathématique se déploie à l'autre extrémité de la puissance humaine de penser.

1. Elle rend intelligible ce qu'*être* veut dire sans qu'elle ait pour cela besoin d'attacher ses êtres à quelque monde particulier où apparaissent des étants ou êtres-là spécifiés.
2. La mathématique rend cela intelligible (et intégralement transmissible à tout un chacun qui s'en donnera la peine) en formalisant *l'être en tant qu'être* par accord d'une intuition et d'une rigueur, accord qui engendre un discours démonstratif enchaînant quelques décisions liminaires de pensée (axiomes) à leurs conséquences les plus fécondes.
3. La mathématique donne ainsi forme intelligible à cette puissance humaine, collective et individuelle, de supporter plus grand que soi – de transcender son destin d'espèce animale parlante - selon quelques théories mathématiques qui assurent que la pensée humaine, débordant de toutes parts sa communication langagière, est capable d'universalité, d'éternité et d'absoluité.

² Celle, par exemple, du *il existe* (\exists) mathématique. On différenciera ainsi systématiquement : *il ek-siste* tel sujet et *il existe* tel objet.

4. Ce faisant, les *retentissements* de la mathématique dans le monde de l'humanité dotent cette dernière d'une intelligence de type nouveau sur les êtres-là de toute espèce et tout particulièrement sur les étants naturels – d'où la capacité de la mathématique de formaliser d'autres pensées à ambition scientifique : la physique (et donc bien sûr l'acoustique) mathématisée, l'anthropologie algébrisée, la psychanalyse topologisée, l'économétrie...
5. Pour ce faire, cette formalisation intelligible s'assure, depuis un peu plus d'un millénaire, d'une inscription littérale selon une écriture ad hoc - l'*algèbre* - en sorte que la pulsation mathématique de l'intuition et de la rigueur prend dans l'ère moderne la forme privilégiée de croisements telles la géométrie algébrisée ou l'algèbre géométrisée.

2. Résonances & retentissements

D'un côté donc, le discours musical et les affects qu'il met en œuvre engagent des *résonances* dans d'autres modalités de pensée, singulièrement artistiques. De l'autre, le discours mathématique et les notions qu'il met en œuvre engagent des *retentissements* dans d'autres modalités de pensée, singulièrement scientifiques.

Tout de même que j'ai mobilisé plus haut la distinction philosophique *être/étant* qui attache (Badiou : *L'être et l'événement*) la mathématique à une pensée de l'être et la physique à celle des étants naturels, je mobilise donc ici le « doublet » *résonances/retentissements* (Bachelard : *La poétique de l'espace*) : les premières sont des « causes » qui « se dispersent » dans un plan, les seconds des « effets » qui « s'approfondissent ». Ainsi, la musique *résonne* horizontalement dans les autres arts qui ce faisant font danser, poétiser, architecturer le discours musical, quand la mathématique *retentit* verticalement dans les autres sciences en mathématisant leurs discours propres : d'un côté, le discours musical est ainsi dansable, architecturable et poétisable ; de l'autre les discours physique, chimique et biologique sont ainsi mathématisables.

En ce point s'avère la dissymétrie entre résonances horizontales et retentissements verticaux : en effet, la possibilité que le discours musical soit dansable et poétisable a pour contrepartie que le discours chorégraphique comme le discours poétique deviennent également « musicalisables » alors que la possibilité que le discours physique soit mathématisable n'a nullement pour contrepartie que le discours mathématique devienne « naturalisable » en discours physique. En effet le retentissement mobilise la dialectique de la formalisation théorique et de son interprétation selon un modèle (la mathématique formalise théoriquement un modèle physique qui, réciproquement, vient interpréter cette formalisation), laquelle dialectique est fortement dissymétrisée par la hiérarchie « verticale » entre théories et modèles.³

Varions librement ces résonances musicales et ces retentissements mathématiques.

³ Je n'ignore pas les décisives rétroactions, depuis Newton au moins, de la physique sur la mathématique mais ces rétroactions (des modèles physiques vers les théories mathématiques) sortent du cadre de cette épure, centrée sur les rapports directs entre musique et mathématique.

3. Résonances musicales

Dans les autres arts

Au sein des arts, la musique occupe une place analogue à celle que la mathématique occupe au sein des sciences : sans même compter la chorégraphie ou le cinéma, ne parle-t-on pas de prose musicale, de musicalité de telle architecture ou sculpture lorsqu'il s'agit de nommer génériquement la dimension proprement expressive d'une forme artistique, d'une courbe ou d'un élan, d'un rythme ou d'une harmonie ?

Ainsi les affects proprement musicaux – à commencer par la joie, la tristesse et le désir qui constituent pour Spinoza la matrice génératrice de tout affect - viennent-ils intensifier les affects équivalents à l'œuvre dans d'autres arts en sorte que pour parler de la joie en tant que joie (et non plus de la joie de ceci ou de cela) ou de la tristesse en tant que tristesse (et non pas de la tristesse attachée à telle ou telle circonstance), on requerra la musique tout de même que pour additionner l'être en tant qu'être (et non pas additionner tel ou tel type d'étants - des êtres humains ou des notes de musique), on requerra la mathématique du $5+7=12$.

On parlera ici de *résonances* car l'effet extérieur concerné est une extension, un prolongement dans un domaine apparenté et de même ordre : la résonance opère horizontalement entre disciplines de pensée non hiérarchisés.

En mathématique ?

Difficile, par contre, d'identifier d'éventuelles résonances des affects musicaux dans les différentes théories mathématiques !

Difficile, à vrai dire, d'identifier des logiques subjectives explicitement à l'œuvre dans ces théories mathématiques. Implicitement, on pourra certes différencier des styles d'exposition (plus ou moins algébriquement formel ou géométriquement intuitif), des modes logiques de démonstration (constructiviste ou non), des formes différentes de déploiement (détours par abstractions généralisantes ou progressions plus linéaires) mais identifier pour autant un affect proprement mathématique (et non pas du mathématicien) semble plus problématique.

S'il fallait s'engager dans cette voie, je ferais volontiers l'hypothèse qu'il faudrait alors aller regarder du côté de ce que la mathématique appelle ses « opérateurs » s'il est vrai que tout sujet peut être philosophiquement caractérisé comme *opérateur de vérité* (Badiou).

C'est alors du côté des opérateurs arithmétiques ($+$, \times , $/$, $\sqrt{\dots}$), algébriques (\oplus , $\otimes \dots$), différentiels et intégrales (∂ , $\int \dots$), ensemblistes (\in , \subset , $\cup \dots$), géométriques (translation, symétrie...), topologiques (fermeture, frontière...) qu'il faudrait chercher quelque équivalent mathématique des affects tels que philosophiquement théorisés par Descartes (*Traité des passions*) ou Spinoza (*Éthique*).

4. Retentissements mathématiques

Dans les autres sciences

Les effets extérieurs de la mathématique dans d'autres sciences relèvent plutôt d'un approfondissement, du plus abstrait vers le plus concret, du plus général et du moins spécifié vers le plus particulier et le plus spécifié : de l'être en tant qu'être vers l'étant physique, biologique ou conscient... La verticalité hiérarchisante s'attache ici au fait que tout étant a pour première propriété d'être et donc que les lois (mathématiques) de l'être s'appliquent a fortiori à cet étant comme à tout autre être avant même que les lois spécifiant son type d'étant (physique, chimique, biologique, social...) ne viennent s'y intriquer.

La mathématique se trouve ainsi en état de formaliser théoriquement les lois d'être qui structurent les étants de tous types. Et, pour ce faire, elle s'appuie sur une dialectique interne entre ses propres théories et ses propres modèles (voir exemplairement les rapports entre géométrie et algèbre où l'algèbre *formalise* la géométrie comme celle-ci *interprète* celle-là) : c'est cette dialectique, interne aux mathématiques, qui vient se prolonger extérieurement par approfondissement vers les étants de la physique ou d'un autre type.

D'où la mathématisation aussi bien de la physique que de l'économie, et cette caractérisation galiléenne d'une science comme étant mathématisable ⁴.

Comme on le pressent, c'est en ce point de réel que le parallélisme musique-mathématique atteint ses limites : les résonances musicales ne sont pas les retentissements mathématiques car on ne saurait rationnellement affirmer qu'il n'est d'art que musicalisable comme on peut affirmer rationnellement, depuis Galilée, qu'il n'est de science que mathématisable.

En musique ?

On l'a vu : s'il n'existe pas à proprement parler de résonances musicales en mathématique, il semble cependant bien qu'il existe des retentissements mathématiques en musique : ceux des théories mathématiques de la musique (à commencer par celle d'Euler) ou, plus simplement, des applications mathématiques dans le domaine musical.

Mais, à bien y regarder, ces retentissements concernent les structures objectives que le discours musical met en œuvre, voire la matérialité acoustique du discours musical, non la dimension proprement subjective opérant au cœur de l'œuvre musicale : on pourra ainsi formaliser mathématiquement les structures harmoniques à l'œuvre dans la tonalité selon la topologie d'un tore ou l'algèbre d'un graphe ; on pourra également diagrammatiser sur ce tore ou ce graphe le parcours harmonique de telle ou telle sonate de Beethoven mais on ne fera ainsi que mathématiser les effets structuraux de son discours musical, autant dire son squelette ⁵ sans que ceci ne délivre pour autant les lois d'ek-sistence de l'art qui œuvre sur ce support corporel.

⁴ Au demeurant, c'est ce qui différencie les savoirs scientifiques aristotéliens de la conception moderne de ce que *science* veut dire.

⁵ On le radiographie mathématiquement comme on peut le faire physiquement pour le corps d'un danseur. Mais Debussy ne conseillait-il pas d'effacer les piliers des cathédrales musicales que l'on compose ?

Ces retentissements ne viennent donc pas, à proprement parler, contredire le parallélisme sans point de rencontre entre musique et mathématique car la verticalité des retentissements mathématiques ne rencontre jamais l'ek-sistence musicale proprement dite.

Continuons donc d'explorer plus avant les effets en pensée de ce parallélisme en examinant d'une part son traitement exogène par la philosophie, d'autre part son effet intérieur de sororité entre musique et mathématique.

5. Nouage philosophique

Pour penser l'unité et la différence de nos deux parallèles, pas d'autre moyen alors que de sortir des pensées musicale et mathématique et de recourir à quelque intellectualité surplombante, plus précisément ici à quelque philosophie – et c'est d'ailleurs ce que j'ai déjà fait implicitement jusqu'à présent en mobilisant les distinctions chez Bachelard des résonances et des retentissements, et chez Badiou de l'onto-logique (pensée de l'être), de l'ontique (pensée de l'étant) et du phénoméno-logique (pensée de l'être-là).

La philosophie s'attache en effet à compatibiliser les différents types de pensée (artistiques et scientifiques mais également politiques et amoureuses) sous le signe d'un temps périodisé de la pensée. Et précisément l'un des effets des rencontres mathématiciens-musiciens du Forum Diderot en décembre 1999 fut de susciter à partir de 2001 un séminaire *mamuphi* (mathématique-musique-philosophie) qui, depuis, se nourrit de cette médiation philosophique pour penser ensemble musique et mathématique.

Le type philosophique de nouage dépendra bien sûr de la philosophie que telle ou telle intellectualité privilégie : par exemple, nouer musique et mathématique contemporaines ne s'opèrera pas de la même manière à l'ombre de la philosophie d'Adorno ou à celle de Bachelard, à l'ombre de la philosophie de Deleuze ou à celle de Badiou.

6. Sororité entre disciplines

Notons que, par-delà le nouage philosophique de nos deux disciplines, il y a de fait bien des musiciens et des mathématiciens qui les supportent toutes deux telles deux jambes supportant un unique marcheur.

Ils viennent ainsi garantir, *de fait* (puisque chacun d'eux séparément sait *faire* de la musique comme il sait *faire* de la mathématique) et non plus comme la philosophie *de droit*, le compte-pour-un de nos deux parallèles.

On m'objectera bien sûr : mais cet individu qui sait faire de la mathématique la journée et de la musique le soir sait peut-être également faire la cuisine, l'amour, du sport ou que sais-je encore sans qu'on en induise pour autant de nouveaux comptes-pour-un entre ces diverses pratiques.

Partage logique d'écritures

Ce à quoi je répondrai que le compte-pour-un d'un faire de la musique et d'un faire de la mathématique s'assure d'un trait spécifique : un partage d'écritures, c'est-à-dire le partage de ceci que musique et mathématique peuvent chacune se pratiquer *à la lettre* puisque, comme je l'ai rappelé,

toutes deux se sont dotées, au même tournant du premier millénaire, d'une écriture littérale propre (respectivement le solfège et l'algèbre).

Dans les deux cas, on peut ainsi faire de la musique ou de la mathématique selon un écartèlement maximal : du côté de la musique entre l'abstraction de la note lue (lettre musicale minimale) et le charme envoutant d'entendre cette note tenue vibrato par un violon ou une flûte ; et du côté des mathématiques entre l'abstraction d'une équation algébrique et l'évidence de la figure géométrique qui interprète cette formalisation littérale.

On peut dire de ce partage qu'il est *logique* s'il est vrai que chacune de ces écritures littéralise chacune des deux pensées en mobilisant la dialectique d'une formalisation et d'une interprétation, dialectique exemplairement réfléchie logiquement dans la théorie mathématique des modèles.

Fraternité entre mathématiciens et musiciens

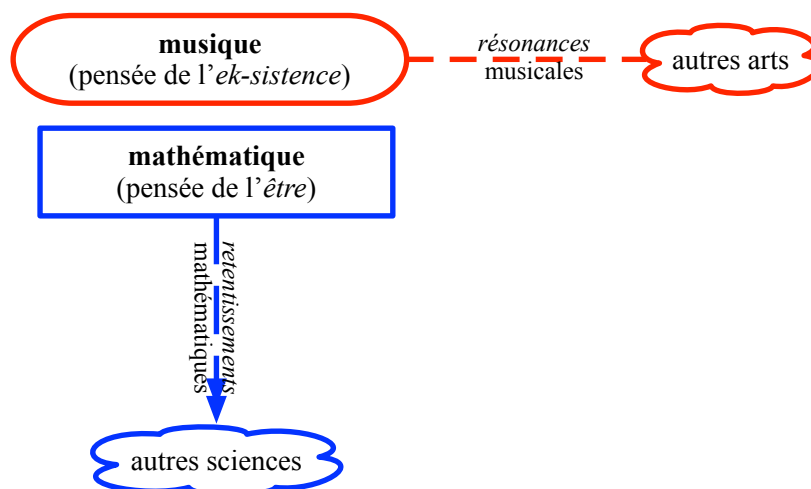
D'où cette fraternisation spontanée entre musiciens et mathématiciens, également habitués, dans leur domaine propre, à interpréter un formalisme littéral selon une intuition sensible. Ainsi la sororité des disciplines gage une fraternité des praticiens, en vérité une sorte de cousinage entre enfants de disciplines-sœurs (et c'est la discipline qui fait l'enfant puisque c'est bien la mathématique qui fait le mathématicien comme c'est la musique qui fait le musicien, non l'inverse : le mathématicien fait *de* la mathématique – non la mathématique – comme le musicien fait *de* la musique – non la musique).

Venons-en maintenant à l'endroit précis où notre parallélisme vient buter sur un point, sur *son* point de réel.

7. Orthogonalité des effets discursifs exogènes : résonances & retentissements

On l'a vu : la distinction bachelardienne des résonances et des retentissements vaut orthogonalité entre horizontalité artistique des premières et verticalité hiérarchisée des secondes.

Diagrammatisons cela :



On bute ce faisant sur un double obstacle :

- il n'y a pas de théorisation mathématique des œuvres musicales (je m'en suis expliqué plus haut) ;
- il n'y a pas non plus à proprement parler de résonance musicale dans les théories mathématiques (car il n'y a pas d'unité de plan entre musique et mathématique).

Ainsi le parallélisme interne (formulé selon la dialectique être/ek-sister) des discours engendre une orthogonalité (verticalité/horizontalité) de leurs répercussions externes (retentissements/résonances).

Donc, guère de chance que musique et mathématique puissent s'atteindre directement, ni par résonance musicale, ni par retentissement mathématique : chacune n'apparaît à l'autre que comme point infinitésimal, éventuellement localisable mais dont l'extension propre (orthogonale) à tout le moins reste insaisissable. Ce qui revient à dire que les affects musicaux ne concernent guère les théories mathématiques proprement dites (même si, comme on va y revenir, elles peuvent tout à fait concerner les mathématiciens) et que les théories mathématiques ne concernent guère les œuvres musicales (même si ces théories restent parfaitement à même de formaliser le matériau acoustique ou la structure objectivable de ce discours).

8. Orthogonalité des logiques discursives immanentes

Cette orthogonalité se redouble d'une orthogonalité logique entre discours musicaux et mathématiques.

En effet, et tel était déjà l'enjeu de mon intervention ⁶ à l'Ircam en décembre 1999 lors du Forum Diderot, la logique musicale (celle qui œuvre dans le discours musical) récuse les principes logiques aristotéliens d'identité, de non-contradiction et du tiers exclu qui sont à l'œuvre dans le discours mathématique.

On dira en effet que le discours musical récuse (par essence, non par accident) les trois grands principes de logique formelle à l'œuvre en mathématique – principes d'identité, de non-contradiction et du tiers exclu – pour se disposer sous la loi de trois principes opposés :

- 1) Là où la logique « classique » prescrit le *principe d'identité* (A , deux fois posé, est identique à lui-même en ses différentes occurrences : $A = A$), le principe de logique musicale, qu'on dira *principe de différenciation*, prescrit que tout terme musical posé deux fois supporte, par le fait même, une altérité $A \neq A^{(9)}$. Soit : aucun terme n'est, posé deux fois, identique à lui-même. Ou encore : en musique, répéter, c'est ipso facto altérer.
- 2) Là où la logique « classique » prescrit le *principe de non-contradiction* - je ne peux poser à la fois A et non- A sauf à verser dans l'inconsistance **Non (A et non- A)** -, la musique contrapose un *principe de négation contrainte* : tout objet musical posé doit se composer avec son contraire, c'est-à-dire se composer en devenir : $A \Rightarrow (A \text{ et non-}A)$.
- 3) Là où la logique « classique » prescrit le *principe du tiers exclu* (entre A et non- A il me faut choisir car il n'y a pas de position tierce : **A ou non- A**), la composition musicale pose un *principe du tiers obligé* : tout terme musical posé doit se composer avec un autre terme qui est

⁶ Voir mon article « *Questions of logic : writing, dialectics and musical strategies* », dans *Mathematics and Music (A Diderot Mathematical Forum)*, G. Assayag, H.-G. Feichtinger (eds), Springer ; 2002

autre que la négation en devenir du premier, terme *neutre* puisqu'il n'est « ni l'un, ni l'autre », $A \Rightarrow (A \text{ et } B)$ avec $B \neq A$ et $B \neq \text{non-}A$.

Au total, composer un discours musical, c'est poser ensemble a minima trois termes : un terme musical premier, sa négation (son altération) et un autre terme ; et c'est ensuite composer l'altération de cette triade au fil de son développement.

D'où une *antisymétrie* entre logique aristotélicienne classique et logique musicale, une *orthogonalité* entre logiques des discours musical et mathématique.

Mais ne nous arrêtons pas à cette orthogonalité où musique et mathématique ne peuvent toujours pas s'apercevoir de manière immanente car le vieux Parménide va venir nous suggérer ici une autre perspective.

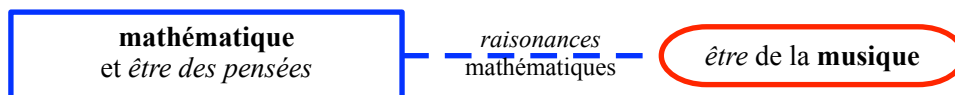
9. Retournement parménidien de la mathématique

Le rapport mathématique-musique va pouvoir prendre un nouveau tour si l'on adopte l'axiome de Parménide « *le même, lui, est à la fois penser et être.* ».

En effet, si la mathématique expose bien *une pensée de l'être* (susceptible d'éclairer les pensées de l'être-là), alors réciproquement la mathématique va également exposer *un être de la pensée* susceptible d'éclairer l'être de pensées non scientifiques. Et, tout comme la pensée mathématique de l'être débouchait sur des retentissements (verticaux) dans les autres pensées scientifiques, l'être de la pensée mathématique va pouvoir déboucher sur des résonances (horizontales) cette fois dans les pensées artistiques, politiques et amoureuses.

Pour mieux inscrire la singularité de ces résonances de type nouveau, écrivons-les *raisonnances* en sorte d'indiquer qu'elles sont des résonances entre raisons de types différents (et non plus, comme les résonances musicales, entre pensées artistiques).

Ces raisonnances mathématiques désignent alors le fait que tout phénomène proprement subjectif peut devenir éclairable par la mathématique, certes non pas, comme pour les phénomènes objectifs et physiques, par retentissement ou prise directe (par théorisations et interprétations applicatives) mais métaphoriquement, selon des interprétations hétérodoxes de ses différentes théories.



Ainsi la mathématique devient apte à étendre le monde de l'humanité en lui adjoignant, cette fois par raisonnances, des notions arrimées à des certitudes de type nouveau :

- la perplexité de Dante (« *je me trouvai par une forêt obscure car la voie droite avait été gauchie* » ⁷) éclairée par la nature intrinsèque de la courbure géométrique (Gauss) ;
- la conviction émancipatrice qu'« *il n'y a pas que ce qu'il y a* » (car il n'y a pas que les réalités factuelles d'une situation donnée mais également ses possibilités imaginées) instruite par

⁷ Je privilégie ici la traduction de Danièle Robert qui, pour la rime avec *vie* (« *Au milieu du chemin de notre vie* »), traduit *smarrita* (*perdue*) par *gauchie*.

l'analyse complexe tirant parti de l'extension des nombres réels par adjonction de grandeurs imaginaires (Cauchy) ;

- la subjectivation (qui constitue une position subjective apte à engager un procès subjectif) réfléchi par les opérateurs du calcul différentiel et intégral moderne (Weierstrass-Riemann) ;
- les révolutions de type nouveau par adjonction-extension (et non plus seulement par abandon-déplacement ou par destruction-reconstruction) préfigurées par l'extension du corps des rationnels par adjonction de coupures (Dedekind) ;
- l'intelligence de ce qu'intriquer veut dire approfondie par la théorie des tenseurs (Levi-Civita) ;
- la dialectique du singulier et de l'universel ressaisie par la méthode de résolution des singularités algébriques (Hironaka) ;
- etc.

Une telle extension est alors susceptible de concerner spécifiquement la pensée proprement musicale. Je m'y suis par exemple employé pour comprendre :

- l'audition musicale à la lumière de la théorie de l'intégration (Riemann, Lebesgue, Kurzweil-Henstock) ⁸;
- le monde-Musique à la lumière de la théorie des topos de faisceaux (Grothendieck) ⁹;
- l'aura poétique engendrée par l'œuvre musicale composite à la lumière de la théorie du forcing (Cohen) ¹⁰;
- l'inconscient romantique à l'œuvre dans la musique du XIX^e à la lumière de la géométrie différentielle synthétique (Lawvere) ¹¹;
- etc.

10. Retournement équivalent de la pensée musicale ?

On peut alors se demander si ce retournement des retentissements mathématiques (dans les autres pensées scientifiques) en raisonnances mathématiques (dans les pensées non scientifiques) n'indiquerait pas la possibilité équivalente d'un retournement des résonances musicales (dans les autres pensées artistiques) en retentissements musicaux (dans les pensées non artistiques).

De quelle logique relèverait un tel retournement d'une pensée de l'ek-sistence en une ek-sistence de la pensée ?

Ce serait l'idée que la pensée musicale de *ce qu'ek-sister veut dire* pourrait caractériser la manière dont une pensée peut elle-même ek-sister. Ainsi l'ek-sistence de toute pensée serait musicalement éclairable en sorte que toute pensée (portant sur ce qui ek-siste face à elle) s'étende en une réflexion sur sa manière propre d'ek-sister.

Il ne s'agit pas, ce faisant, de revenir sur notre précédente impossibilité ; il ne s'agit donc pas d'affirmer désormais qu'il n'y aurait d'art (voire de pensée) que musicalisable. Il s'agit

⁸ <http://www.entretemps.asso.fr/Nicolas/TextesNic/Audition3.html>

⁹ www.entretemps.asso.fr/Nicolas/2009.2010/mamuphi/B.X.pdf

¹⁰ Séminaire *mamuphi*, 10 octobre 2009 (www.entretemps.asso.fr/math/D.II.pdf)

¹¹ Séminaire *mamuphi*, 5 novembre 2022 (<http://www.entretemps.asso.fr/2022-2023/Lefebvre.pdf> ; https://www.youtube.com/watch?v=Kotx_sJB14)

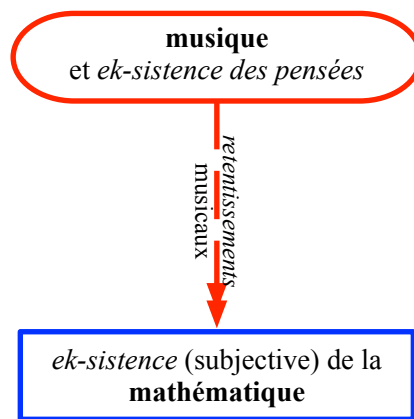
seulement de poser que la manière dont une pensée ek-siste (et donc excède la circulation des opinions intéressées) peut devenir musicalement éclairable.

Et comme, par hypothèse, toute ek-sistence est d'ordre spécifiquement subjectif (ek-sister en effet, c'est exister subjectivement), notre hypothèse de retournement nous conduit alors à ceci : la pensée proprement musicale serait susceptible d'éclairer la composante proprement subjective (la subjectivation, la position subjective et le procès subjectif) qui soutient l'ek-sistence de toute pensée.

Appelons cela *retentissements musicaux* dans des pensées non-artistiques.

11. Retentissements musicaux en mathématique ?

Y aurait-il de tels retentissements musicaux dans la pensée mathématique ? Autrement dit comment la pensée sensible de l'ek-sistence à l'œuvre dans la musique pourrait-elle suggérer en quel sens la pensée mathématique ek-siste, c'est-à-dire existe subjectivement ?



Ceci présuppose bien sûr qu'on admette préalablement qu'il y a bien des subjectivités à l'œuvre dans les théories mathématiques elles-mêmes (et pas seulement chez les mathématiciens qui les portent).

Parler de subjectivités à l'œuvre, c'est bien sûr ne plus limiter ces subjectivités à l'existence d'effets affectifs. C'est les considérer dans le déploiement dialectique immanent d'une *subjectivation* venant constituer une *position subjective* apte à engager un *procès subjectif*.

S'il est vrai que les théories mathématiques constituent des sujets proprement mathématiques (c'est-à-dire des opérateurs mathématiques de vérités), peut-on alors identifier dans les différentes théories mathématiques une telle dialectique subjective à l'œuvre (autant dire une ek-sistence subjective proprement mathématique) et, plus avant, peut-on discerner quelque retentissement musical dans un tel type d'ek-sistence ?

Ne le cachons pas : cette question est plus prospective que rétrospective.

Mais, à se limiter au seul séminaire *mamuphi*¹², on peut déjà repérer l'exposé de différents retentissements musicaux dans la mathématique :

¹² Voir <http://www.entretiens.asso.fr/>

- À trois reprises, Thierry Paul s'est attaché à mettre au jour de tels types de retentissement :
 - un retentissement de la notation musicale dans le formalisme mathématique de la mécanique quantique ¹³ ;
 - un retentissement de la notion musicale d'échelle temporelle dans l'émergence d'objets mathématiques à partir de structures à très petite échelle ¹⁴ ;
 - un retentissement de la notion musicale de rigueur et de contraintes dans le discours mathématique ¹⁵.
- La toute récente intervention de Jean-Jacques Szczeciniarz ¹⁶ soutient que la mathématique d'Abel peut être dite romantique au sens que Hegel donne à l'art romantique (et ce par-delà les affects qui peuvent concerner en propre le mathématicien Niels Henrik Abel).

En effet le discours mathématique de ses différents mémoires ¹⁷, mu par un idéal de pureté que l'on ne trouve ni chez Euler ni chez Lagrange, et visant les relations entre racines, opère sur la forme générale des équations (en distinguant désormais leur *degré* – leur nombre de termes – et leur *ordre* – leur nombre de radicaux) en sorte de creuser l'intériorité de leurs structures algébriques. D'où le passage d'une méthode « génétique » (allant inductivement de l'individu spécial au cas général, rencontrant ainsi extérieurement ses limites et butant finalement par hasard sur ses points d'impossibilité) à une méthode « structurale » (dégageant des critères de minimalité et de simplicité qui rejettent les extériorités et précisent en intériorité les nécessaires points d'impossibilité).

Ce faisant, cette nouvelle orientation insiste, avant même la démonstration, sur ses conditions de possibilité, immanentise des éléments (le minima par exemple) qui jusque-là étaient considérés comme extérieurs et inaugure ainsi une forme de mathématique concentrée sur son autonomie et son autoproduction en sorte que la théorie mathématique s'y affirme désormais comme telle.

En tous ces traits distinctifs qui opèrent à rebours de l'empirisme dans la critique kantienne (laquelle, commençant par l'expérience sans pour autant en dériver, mélangeait commencement et origine), Szczeciniarz lit un retentissement de l'art romantique ¹⁸ tel que, philosophiquement conceptualisé par Hegel, il succède à l'art symbolique puis à l'art classique.

¹³ 21 mai 2005 : *Des sons et des quantas* (<https://www.youtube.com/watch?v=ty7Hd-i-ouo> ; <http://www.entretemps.asso.fr/math/Paul-sonsquantas.pdf>)

¹⁴ 17 mai 2008 : *Questions d'échelles*

¹⁵ 12 mars 2011 : *Rigueur, contraintes, action sans interaction* (<http://www.entretemps.asso.fr/math/Paul-rigueur.pdf>)

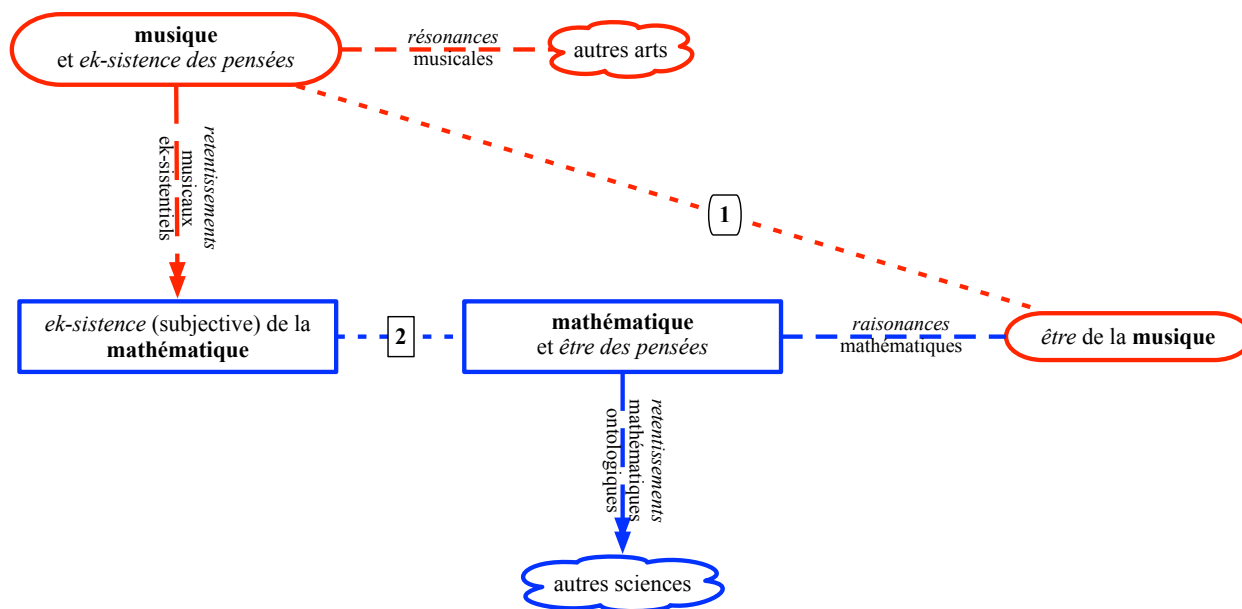
¹⁶ 4 mars 2023 : *En quel sens peut-on dire qu'Abel est un romantique ?* (https://youtu.be/_scnype13gw)

¹⁷ Voir son mémoire de 1824 (sur les équations algébriques démontrant l'irrésolubilité de l'équation générale du cinquième degré) comme ceux de 1826...

¹⁸ On s'autorisera ici à passer de l'art romantique à la musique romantique au nom du fait que le paradigme romantique de l'art est la musique.

Réexposition

Une fois parcourue ces tours et détours des rapports entre musique et mathématique, resterait bien sûr à se demander comment le double retournement (qui a ouvert la voie aux retentissements musicaux en mathématique et aux raisons mathématiques en musique) pourrait boucler le diagramme suivant en deux points :



Il nous faudrait pour cela examiner :

- 1) les rapports entre une musique conçue comme pensée de l'ek-sistence (et résonnant dans les autres pensées artistiques) et cette même musique dont l'être propre en pensée est éclairable par la pensée mathématique de l'être ;
- 2) les rapports entre une mathématique dont l'ek-sistence propre en pensée est éclairable par la pensée musicale de l'ek-sister et cette même mathématique conçue comme pensée de l'être (et retentissant dans les autres pensées scientifiques).

L'intérêt d'un tel examen serait alors d'éclairer comment la pensée musicale se divise dialectiquement sous l'effet exogène de la pensée mathématique et, réciproquement, comment la pensée mathématique se divise dialectiquement sous l'effet exogène de la pensée musicale.

Autant dire qu'il s'agirait au total de mieux comprendre, par la mathématique, l'être d'une pensée musicale de l'ek-sistence et, par la musique, l'ek-sistence d'une pensée mathématique de l'être.

Que ceci vaille invitation à une nouvelle rencontre avec Jean-Pierre Bourguignon dans le cadre cette fois du séminaire *mamuphi* !