Journal de Théorie des Nombres
de Bordeaux **19** (2007), 1–25

Sign changes of error terms related to arithmetical functions

par Paulo J. ALMEIDA

Résumé. Soit $H(x) = \sum_{n\leq x} \frac{\phi(n)}{n} - \frac{6}{\pi^2}x$. Motivé par une conjecture de Erdös, Lau a développé une nouvelle méthode et il a démontré que $\#\{n \leq T : H(n)H(n+1) < 0\} \gg T$. Nous considérons des fonctions arithmétiques $f(n) = \sum_{d|n} \frac{b_d}{d}$ dont l'addition peut être exprimée comme $\sum_{n\leq x} f(n) = \alpha x + P(\log(x)) + E(x)$. Ici $P(x)$ est un polynôme, $E(x) = -\sum_{n\leq y(x)} \frac{b_n}{n}\psi\left(\frac{x}{n}\right) + o(1)$ avec $\psi(x) = x - \lfloor x \rfloor - 1/2$. Nous généralisons la méthode de Lau et démontrons des résultats sur le nombre de changements de signe pour ces termes d'erreur.

Abstract. Let $H(x) = \sum_{n\leq x} \frac{\phi(n)}{n} - \frac{6}{\pi^2}x$. Motivated by a conjecture of Erdös, Lau developed a new method and proved that $\#\{n \leq T : H(n)H(n+1) < 0\} \gg T$. We consider arithmetical functions $f(n) = \sum_{d|n} \frac{b_d}{d}$ whose summation can be expressed as $\sum_{n\leq x} f(n) = \alpha x + P(\log(x)) + E(x)$, where $P(x)$ is a polynomial, $E(x) = -\sum_{n\leq y(x)} \frac{b_n}{n}\psi\left(\frac{x}{n}\right) + o(1)$ and $\psi(x) = x - \lfloor x \rfloor - 1/2$. We generalize Lau's method and prove results about the number of sign changes for these error terms.

Paulo J. Almeida
Departamento de Matemática
Universidade de Aveiro
Campus Universitário de Santiago
3810-193 Aveiro, Portugal
E-mail : paulo@mat.ua.pt

Manuscrit reçu le 8 janvier 2006.
This work was funded by Fundação para a Ciência e a Tecnologia grant number SFRH/BD/4691/2001, support from my advisor and from the department of mathematics of University of Georgia.