

Finite automata and algebraic extensions of function fields

par KIRAN S. KEDLAYA

RÉSUMÉ. On donne une description, dans le langage des automates finis, de la clôture algébrique du corps des fonctions rationnelles $\mathbb{F}_q(t)$ sur un corps fini \mathbb{F}_q . Cette description, qui généralise un résultat de Christol, emploie le corps de Hahn-Mal'cev-Neumann des “séries formelles généralisées” sur \mathbb{F}_q . En passant, on obtient une caractérisation des ensembles bien ordonnés de nombres rationnels dont les représentations p -adiques sont générées par un automate fini, et on présente des techniques pour calculer dans la clôture algébrique; ces techniques incluent une version en caractéristique non nulle de l’algorithme de Newton-Puiseux pour déterminer les développements locaux des courbes planes. On conjecture une généralisation de nos résultats au cas de plusieurs variables.

ABSTRACT. We give an automata-theoretic description of the algebraic closure of the rational function field $\mathbb{F}_q(t)$ over a finite field \mathbb{F}_q , generalizing a result of Christol. The description occurs within the Hahn-Mal'cev-Neumann field of “generalized power series” over \mathbb{F}_q . In passing, we obtain a characterization of well-ordered sets of rational numbers whose base p expansions are generated by a finite automaton, and exhibit some techniques for computing in the algebraic closure; these include an adaptation to positive characteristic of Newton’s algorithm for finding local expansions of plane curves. We also conjecture a generalization of our results to several variables.

Kiran S. KEDLAYA
Department of Mathematics
Massachusetts Institute of Technology
Cambridge, MA 02139, USA
E-mail : kedlaya@math.mit.edu
URL: <http://math.mit.edu/~kedlaya>