

Diophantine equations with linear recurrences An overview of some recent progress

par UMBERTO ZANNIER

RÉSUMÉ. Nous discutons quelques problèmes habituels concernant l'arithmétique des suites récurrentes linéaires. Après avoir brièvement rappelé les questions et résultats anciens concernant les zéros, nous nous focalisons sur les progrès récents pour le “problème quotient” (resp. “problème de la racine d -ième”), qui, pour faire court, demande si l'intégralité des valeurs du quotient (resp. racine d -ième) de deux (resp. d'une) suites récurrentes linéaires entraîne que ce quotient (resp. racine d -ième) est lui-même une suite récurrente linéaire. Nous relierons également ces questions à certaines équations diophantiennes naturelles, qui par ailleurs proviennent du cas non résolu le plus simple de la conjecture de Vojta sur les points entiers des variétés algébriques.

ABSTRACT. We shall discuss some known problems concerning the arithmetic of linear recurrent sequences. After recalling briefly some longstanding questions and solutions concerning zeros, we shall focus on recent progress on the so-called “quotient problem” (resp. “ d -th root problem”), which in short asks whether the integrality of the values of the quotient (resp. d -th root) of two (resp. one) linear recurrences implies that this quotient (resp. d -th root) is itself a recurrence. We shall also relate such questions with certain natural diophantine equations, which in turn come from the simplest unknown cases of Vojta's conjecture for integral points on algebraic varieties.

Umberto ZANNIER
Scuola Normale Superiore
Piazza dei Cavalieri, 7
56126 Pisa, ITALY
E-mail : u.zannier@sns.it