N°. 578.

Le but de cet ouvrage est de prouver que tout ce qui est fondé sur le temoignage des hommes, soit inspiré soit non inspiré, n'est que probable, et que sa probabilité diminue, a proportion qu'on s'eloigne du tems où vivoient les temoins, sur le temoignage desquels on croit. Sur ce principe l'auteur fait un calcul algebrique, d'après lequel il assure que la probabilité de la Religion Chretienne durera encore 1454 ans, au bout desquels elle se reduira a rien. mais il presume que le Jugement dernier doit arriver a tems pour prevenir cette eclipse totale de la foi. /.

Note tirée d'un ouvrage intitulé: histoire Critique de Jesus-Christ, ou Analyse raisonné des Evangiles, avec l'epigraphe: Ecce homo. pp. 395 et 396.

156.

THEOLOGIÆ CHRISTIANÆ PRINCIPIA MATHEMATICA.

AUTORE

JOHANNE CRAIG.

LONDINI,
Typis Johannis Darby, & Impensis Timothei Child ad Insigne Cervi Albi in Cœmeterio D. Pauli.
M. DC. XC. IX.

REVERENDO

IN

CHRISTO PATRI

ET

DOMINO

D^{no} GILBERTO,

Providentia Divinâ Episcopo

SARISBURIENSI,

Et Nobilissimi Ordinis à PERISCELIDE

CANCELLARIO,

Tractatum hunc Theologicum

humillime D. D. C. Q.

JO. CRAIG.

PRÆFATIO
AD
LECTOREM.

SCIO quam arduum æquè ac insolitum opus in me suscipiam, cum res à sensibus tam longè remotas ad Leges Geometricas revocare aggredior: Cum vero serio mecum perpenderem quam egregia Scientiarum Naturalium incrementa ex Geometriâ deduxerint & demonstraverint tum veteres tum recentiores Mathematici; fecerunt illa, ut eandem in rebus Theologicis usum aliquem habere posse sperarem: Scientiæ enim adeo Divinæ utilitatem, non ultra angustos vitæ hujus limites extendi posse, absurdum planè videtur; quandoquidem per regulas Geometricas omnia Naturæ opera stabiliantur, ecquis dubitet easdem nos ducere ad sapientissimi Naturæ Autoris cognitionem? quo perfectiùs artem quamlibet intelligimus, eo meliùs nos posse de potentiâ & sapientiâ Artificis determinare ac judicare, certissimum est. Quærenti quid ageret Deus, γεωμετρεῖν τ̃ Θεον *optime respondit Divinus ille Plato Philosophus: & proinde ex Scholis suis Philosophicis omnes Geometriæ ignaros jure merito exclusit. Vana enim est illa Philosophia, quæ nos ad Naturæ ejusque*

Autoris

Autoris cognitionem non deducit; & jejuna admodum est illa utriusque cognitio, quam aliundè quàm ex Geometriâ haurire speramus. Imo tam late patet nobilissimæ hujus Scientiæ utilitas, ut ad Religionis etiam revelatæ, id est, Fidei probabilitatem stabiliendam egregiè conducat; quod in hoc, quem jam in lucem emitto, Tractatu, te L. B. ad plenam tuam satisfactionem reperturum existimo. Generalia quidem solummodo Religionis principia hic tractata videbis, præsertim quæ ad Sacræ Christi *Doctrinæ veritatem, Vitæque futuræ spem nostram stabiliendam conducere existimabam. Idque eo magis necessarium mihi videtur, quanto graviores jam contra Religionis nostræ veritatem sunt Atheorum & Deistarum impetus. Quænam præcipuæ sint grassantis hujus Atheismi causæ non jam sollicitus inquiro: mihi tantum hoc propositum est, ut morbo sævienti remedium aliquod (si possem) afferrem.*

Quosdam fore non dubito, majori ductos zelo quam judicio, qui meos prorsus condemnabunt labores; meque Religionem potius evertere quàm astruere temerè nimis concludent. Illi utique omnia Religionis dogmata tanquam certissima amplectentes, rem Christianismo indignam me præstitisse putabunt, qui ejus probabilitatem tantum evincere conatus fuerim. Illis verò ego nihil jam habeo quod dicam, nisi quod præjudiciis suis præoccupati, Religionis, quam profitentur, fundamenta non accuratè satis hactenus examinaverint; nec Fidei, quæ tantoperè in sacris literis laudatur, naturam ritè intellexerint. Quid enim est Fides? nisi illa mentis persuasio, quâ, proptèr media ex probabilitate deducta, quasdam propositiones veras esse

esse credimus. Si persuasio ex certitudine oriatur, tum non Fides sed scientia in mente producitur. Sicut enim probabilitas Fidem generat, ita etiam scientiam evertit; & e contrà: Certitudo scientiam simul generat & Fidem destruit. Undè Scientia omnem dubitandi ansam aufert; dum Fides aliquam semper hæsitationem in mente relinquit: & propterea Fides tantis insignitur laudibus, tantaq; sibi annexa præmia habet, quod homines, non obstantibus omnibus illis, quibus premuntur, scrupulis, in recto Virtutis & Pietatis tramite progrediantur; quæq; Creatori suo Omnipotenti grata futura credunt, summâ ope præstare conentur: se tam paratos esse jussis quibuscunq; divinis obsequi offendunt; ut ne ea quidem, quæ probabiliter tantum ab Ipso proveniunt, rejicere velint.

Jamq; non nisi duas alicujus momenti objectiones prævideo, quarum hæc est Prior. Quod non recte definiverim tempus, quo Probabilitas Historiæ Christi evanescere debet; cum novos probabilitatis gradus ex Prophetiarum quarundum completione oriundas non consideraverim; sed eandem in certà quadam proportione semper decrescentem acceperim. Sed responsio est facilis, Hæc de Christo Servatore Historia non aliter mihi consideranda fuit, quam qualis per aliquot sæcula hactenus transmissa fuit: Si Prophetias illas suam habituras completionem in Calculo meo supponerem, impudenter nimis id quod quæritur postularem. Dein novus ille probabilitatis gradus ex Prophetiarum completione oriturus, non magni erit momenti; nisi pro hominibus istius sæculi, quo eventus prædictioni respondet: tantus certe non erit, ut calculum nostrum perturbare nedum evertere possit. Poste-

Posterior objectio majorem præ se ferre speciem videtur. Quod scil. Calculus noster Mosis, cæterorumq; V. T. Scriptorum Autoritatem labefactare videtur. Fateor equidem, & nisi Christi adventus novam illis addidisset probabilitatem, actum jam fuisset ante aliquot secula de eorum Autoritate. In hunc finem venit Filius hominis ut Legem & Prophetas impleret: ut eorum pene evanescentem probabilitatem restitueret. Calculus itaque a me adhibitus Christianismum solidis superstruit fundamentis & Judaismum simul funditus evertit.

THEOLOGIÆ CHRISTIANÆ Principia Mathematica.

DEFINITIONES.

1.

Voluptas est suavis ille Animi sensus, quem objecta Naturæ humanæ convenientia in nobis producunt.

2.

Intensitas Voluptatis est magnitudo ejusdem ex magnitudine suavis istius Animi sensûs determinanda.

3.

Duratio Voluptatis est quantitas temporis, per quod suavis ille Animi sensus in nobis perseverare sentitur.

4.

Voluptas æquabilis est, quæ eosdem intensitatis gradus habet per singula durationis suæ momenta.

5.

Voluptas uniformiter crescens est illa, cujus intensitatis gradus crescunt uniformiter per singula durationis suæ momenta.

Scholium. Ex infinita varietate incrementorum & decrementorum graduum intensitatis, aliæ infinitæ voluptatum species definiuntur.

6.

Probabilitas est apparentia convenientiæ vel disconvenientiæ duarum Idearum per argumenta, quorum connexio non est constans, aut saltem talis esse non percipitur.

7.

Probabilitas Naturalis est, quæ deducitur ex argumentis propriæ nostræ observationi aut experientiæ conformibus.

8.

Probabilitas Historica est, quæ deducitur ex Testimoniis aliorum, qui suam affirmant observationem aut experientiam.

9.

Suspicio Probabilitatis historicæ est motus Animi in partes historiæ contrarias.

10.

Velocitas Suspicionis est potentia, per quam Animus in aliquo tempore quasi per spatium aliquod in partes historiæ contrarias impellitur.

Scholium. Per spatium hìc intelligo quantitatem Assensûs, quem animus præbet Argumentis Historiæ contrariis. Concipio nimirum Animum ut rem mobilem, & Argumenta ut vires motrices ipsum huc vel illuc impellentes.

AXIOMATA.

1.

Omnis homo conatur voluptatem in Animo suo producere, augere, aut in statu suo voluptatis perseverare.

2.

Conatus Sapientûm sunt in ratione directâ, quam habent veri expectationum suarum valores. Quicunq; hanc Conatuum rationem accuratè sequitur, is est sapientissimus; & qui minùs accurate, minùs sapiens censetur.

3.

Conatus Insipientum sunt in ratione reciprocâ, quam habent veri expectationum suarum valores.

Non intelligendum est hoc axioma in rigore mathematico: hoc solummodo hìc innuere volo, quod illi majores adhibeant conatus ut obtineant expectationem, cujus verus valor est (a) quam ad obtinendam aliam expectationem, cûjus verus valor est (na), posito quod n sit major unitate.

HYPOTHESIS.

Omnes homines jus habent æquale ut credantur, nisi contrarium aliundè constiterit. Æquitas hujus suppositionis fundatur in eo, quod res omnes ejusdem Naturæ iisdem præditæ sint qualitatibus naturalibus; sive hæ Animum, sive Corpus respiciunt: estque communi hominum praxi consonum, qui in quibuslibet vitæ hujus Negotiis determinandis hominem quemlibet testem accipiunt, nisi hoc jùs suum naturale aliquomodo amiserit.

CAPUT

CAPUT I.

De Probabilitate historicâ quæ viva voce traditur.

EX triplici præsertim capite diminuitur Probabilitas historica. Ex numero Testium, per quos historia successivè transmittitur. Ex distantia loci, ad quem subjectum refertur: sed hoc spectat has solummodo Historias, quarum subjecta principalia sunt permanentia; si enim illa sint transeuntia, nequaquam diminuitur Probabilitas ob loci distantiam. Tertiò ex decursu temporis per quod historia transmittitur. Et juxta quam rationem in horum singulis decrescat probabilitas in sequentibus propositionibus demonstrabitur. Alias causas diminuendi Probabilitates historicas hìc non considero; tum quòd perexiguæ sint, tum maximè quòd vim conclusionum principalium non destruant, & ex principiis hìc positis ad Calculum reduci possint.

Propositio I. *Theorema* I.

Quævis Historia (non contradictoria) ab unius Testis primi testimonio confirmata quendam habet Probabilitatis gradum.

Magna enim Probabilitas componitur ex multis Testium primorum Testimoniis, sicut magnus numerus ex multis unitatibus. Fieri quidem potest, ut talis Probabilitatis Gradus sit tam exiguus, ut illius vim Animus noster vix percipere possit: sicut in motu Corporum, gradus Velocitatis tantillus aliquando est, ut motum oculis discernere nequeamus. Sed (& hic velocitatis, &) ille Probabilitatis gradus est determinatæ magnitudinis, & multoties repetitus Probabilitatem sensibilem producit.

Prop. II. *Theor.* II.

Probabilitas Historica crescit pro numero Testium primorum, qui rem factam enarrant.

Nam Unus Testis unum producit Probabilitatis gradum (per *Prop.* I.) Ergo duo Testes, duos; Tres Testes, tres producunt Probabilitatis gradus, &c. Q. E. D.

Corol.

Corol. Sit historia quælibet H, à numero Testium primorum $n+m$, homini cuivis A relata, quorum aliqui tantùm, putà n, eandem enarrent homini alteri B: Erit Probabilitas, quam habet A, ad Probabilitatem, quam habet B, ut $n+m$ ad n. Ut si (ex gra.) sit $n=4$, $m=8$, Erit Probabilitas, quam habet A, tripla Probabilitatis, quam habet B.

Prop. III. *Theor.* III.

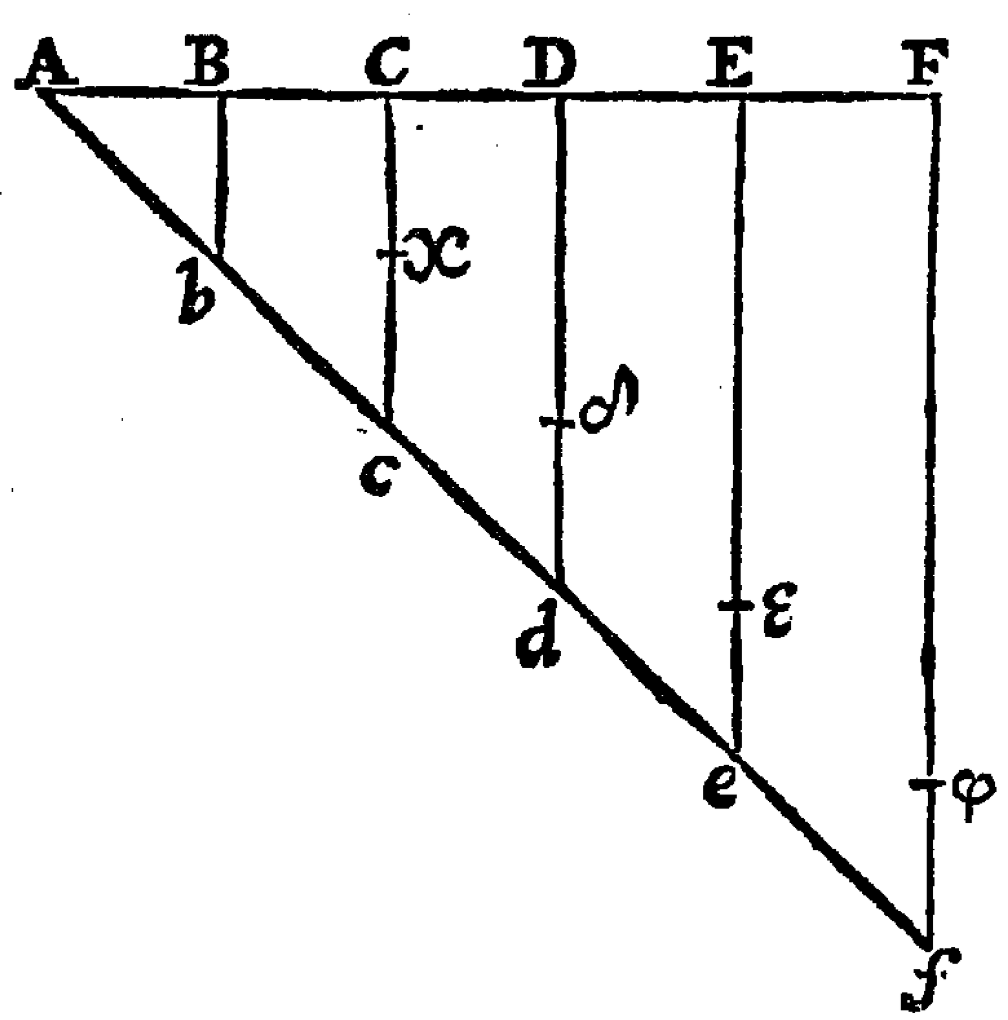
Suspiciones Probabilitatis historicæ per unum semper Testem transmissæ (cæteris paribus) crescunt in ratione numerorum Testium per quos historia traditur.

Sit s tota suspicio, quam habemus de fidelitate, cæterisque Testis perfecti virtutibus: Tum si unus Testis det s, duo Testes dabunt $2s$, tres Testes dabunt $3s$: & universaliter numerus Testium n dabit suspiciones ns. Est enim s ejusdem quantitatis in singulis (per Hypothesin).

Corol. Sit M numerus Testium, per quos Historia successivè transmittitur, erit $\overline{M-1}\times s$ tota suspicio ultimo Testi transmissa: habet enim suspiciones omnium Testium, præter unam, quæ ex ipsius relatione orietur, & quam proinde sibi ipsi non transmittit.

Prop. IV. *Lemma* I.

Velocitates suspicionis in æqualibus temporibus productæ crescunt in progressione Arithmeticâ.



Sit (in Figura sequenti) AF tempus per quod Historia transmittitur; Divisum supponatur illud in partes quam minimas & æquales AB, BC, CD, DE, EF. Sitq; linea Bb (ipsi AF normalis) velocitas orta ex temporis spatiolo AB; dico, sub finem temporis secundi BC velocitatem suspicionis fore $Cc=2Bb$; & quòd sub finem tertii temporis CD velocitas suspicionis erit $Dd=3Bb$: & sic porro.

Nam Historia per Tempus BC transmissa haberet suspicionem Cx

Cx

Cx ($=Bb$) etiam cessante omni suspicionis Causâ; Ergo cùm eadem suspicionis causa agit per tempus BC, quæ agebat per tempus AB, augebitur velocitas Cx quantitate $xc=Bb$, quia tempora sunt æqualia, & causa suspicionis supponitur esse vis uniformis. Adeò ut velocitas suspicionis sub finem temporis secundi BC sit $Cc=Cx+xc=2Bb$. Eodem modo si in instanti C cessaret omnis suspicionis Causa, progrederetur Historia cum suspicione concepta in C, id est, ad D delatâ, foret ejus velocitas $D\delta=Cc=2Bb$, Ergo cum eadem uniformis causa suspicionis agit per tempus CD, quæ agebat per tempus æquale AB, augebitur velocitas suspicionis Dδ quantitate $\delta d=Bb$; & proinde in instante D, velocitas suspicionis erit $Dd=D\delta+\delta d=3Bb$. Similiter, si ad tempus D cessaret omnis Causa suspicionis, progrederetur Historia cum suspicione concepta in D, id est, ad E delata, ejus velocitas esset $E\varepsilon=Dd=3Bb$. Ergo cum eadem uniformis Causa suspicionis agit per tempus DE, quæ agebat per tempus æquale AB; augebitur velocitas Eε quantitate $\varepsilon e=Bb$: Adeóque velocitas suspicionis in E, erit $E\varepsilon+\varepsilon e=4Bb$. Denique, cessante suspicionis causâ in E, progrederetur Historia cum suspicionis velocitate concepta in E, id est, delata ad F, foret ejus velocitas $F\varphi=Ee=4Bb$; Ergo cum eadem semper uniformis causa suspicionis agit per tempus ultimum EF, quæ agebat per tempus primum & æquale AB, augebitur velocitas suspicionis Eφ quantitate $\varphi f=Bb$; & proinde integra velocitas in F erit $Ff=F\varphi+\varphi f=5B$. Unde constat, quòd in temporibus æqualibus AB, BC, CD, &c. Velocitates suspicionis Bb, 2Bb, 3Bb sint in simplici progressione Arithmetica. Q. E. D.

Prop. V. *Theor.* IV.

Suspiciones Probabilitatis historicæ per quodlibet tempus transmissæ (cæteris paribus) crescunt in duplicata ratione Temporum, ab initio Historiæ sumptorum.

Per extremitates b, c, d, e, f linearum Bb, Cc, Dd, Ee, Ff gradus velocitatum denotantium (quæq; lineæ AF tempus designanti normales supponuntur) ducatur linea Abcdef; adeóque Area figuræ AFf repræsentabit suspicionem productam in tempore AF; sicut & Area ADd repræsentabit suspicionem productam in tempore AD; & sic de aliis. Jam quia Bb, Cc, Dd, &c. sunt in progressione Arithmetica 1, 2, 3, 4, &c. (per *Prop.* IV.) Ideo linea Abcdef est recta, ut ex Elementis est notum. Ideóq; suspicio producta in tempore AF, est ad suspicionem productam in tempore AD, ut Area

Trianguli

Trianguli AFf ad Aream Trianguli ADd. Sed Triangulum AFf est ad Triangulum ADd, ut Quadratum lineæ AF ad Quadratum lineæ AD; (ut constat ex Elementis) Ergo suspicio orta in tempore AF est ad suspicionem ortam in tempore AD, ut Quadratum lineæ AF ad Quadratum lineæ AD. Id est, suspiciones sunt in duplicata ratione Temporum ab initio historiæ sumptorum. Q. E. D.

Corol. Sit tempus per quod Historia transmittitur $AF=T$, & suspicio inde orta sit K: Et sit aliud quodlibet tempus datum $AD=t$, & cognita suspicio inde orta sit k: Erit $K=\frac{T^2k}{t^2}$.

Prop. VI. *Theor.* V.

Suspiciones Probabilitatis historicæ per quaslibet distantias transmissæ (cæteris paribus) crescunt in duplicata ratione distantiarum ab initio sumptarum.

Demonstratur hæc ut præcedens: Adeóque si A sit locus ad quem Historiæ subjectum refertur, sitq; illa delata ad distantiam quamlibet $AF=D$, ex qua oriatur suspicio Q, & ex quavis alia distantia cognita $AD=d$ orta sit suspicio quædam cognita quæ erit $Q=\frac{D^2q}{d^2}$.

Prop. VII. *Problema* I.

Quantitatem Probabilitatis Historiæ cujusvis H, per unum semper Testem transmissæ, determinare.

Designet x probabilitatem integram, quam primus Testis secundo transmittere potest, post temporis & loci intervalla quàm minima; sitq; M (vel m) numerus Testium, per quos in dato tempore T, & ad distantiam datam D, Historia illa H transmittitur; sit s suspicio cognitæ quantitatis, quam ex uno quovis Teste ortam supponimus: k suspicio cognita, quam ex dato quovis tempore t; & q suspicio etiam cognita, quam ex data quavis distantia d, ortas supponimus. Sitq; P probabilitas quæsita. Erit $P=x+\overline{M-1}\times s+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}$.

Nam $\overline{M-1}\times s$ est tota suspicio, quæ oritur ex numero Testium (per *Prop.* III.): Et $\frac{T^2k}{t^2}$ est tota suspicio orta ex tempore dato T (per

Prop.

Prop. V.) & $\frac{D^2q}{d^2}$ est tota suspicio orta ex distantia D (per *Prop.* VI.) Ergo $\overline{M-1}\times s+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}$ est suspicio integra, quæ historiam H, per numerum Testium M, post elapsum tempus T, & ad distantiam D, transmissam afficiet: &, cùm x sit tota ejus sub initio probabilitas ex hypothesi; patet $P=x+\overline{M-1}\times s+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}$. Q. E. D.

Scholium. Quia per x designatur tota Probabilitas, quam primus Testis secundo transmittit; ideo in numero per M denotato, ipse primus Testis non includitur; quem proinde in sequentibus nomine Historici à cæteris distinguemus. Per Testes intelligemus eos omnes, qui suam Historiæ cognitionem ex Historici observatione aut experientia deducunt.

Exemplum. Quantam probabilitatem habet decimus Testis historiæ H, post elapsum tempus 10t, & ad distantiam 8d: quia in hoc casu $M=10$, $T=10t$, $D=8d$; ideo per Canonem præcedentem, $P=x+9s+100k+64q$ est probabilitas, quam habet decimus ille Testis.

Notandum verò est, quod x, s, t, k, d, q sint quantitates cognitæ; sunt enim totidem unitates ad mensurandam Probabilitatem necessariæ; quæ proinde (sicut in omni alio mensurationis genere) ad arbitrium mensurantis assumi possunt.

Prop. VIII. *Prob.* II.

Datis, numero serierum Testium, numero Historicorum Testi primo uniuscujusq; seriei Historiam transmittentium, item temporibus & distantiis per quæ Historia aliqua H, ad hominem quemlibet A, transmittitur: invenire quantitatem Probabilitatis, quam habet A de veritate Historiæ H.

Inveniatur Probabilitas ab unaquâq; serie transmissa separatim (per *Prop.* VII.) Eritq; summa harum omnium Probabilitas quæsita, quæ homini A ab omnibus transmittitur.

Exemplum. Habeat A Historiam H à duabus Testium seriebus derivatam. Sitq; b numerus Historicorum, m numerus Testium, T tempus, D distantia, per quæ in prima serie Historia transmittitur. Item c numerus Historicorum, n numerus Testium, G tempus, L distantia, per quæ in secunda Testium serie Historia H ad A transmittitur. Jam

bx

bx eſt Probabilitas, quam habet primus Teſtis in prima ſerie, & cx eſt probabilitas, quam habet primus Teſtis ſecundæ ſeriei (per *Prop.* II.) Ergo (per *Prop.* VII.) invenietur.

$bx+\overline{m-1\times s}+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}$ Probabilitas tranſmiſſa ad A per primam ſeriem.

$cx+\overline{n-1\times s}+\frac{G^2k}{t^2}+\frac{L^2q}{d^2}$ Probabilitas tranſmiſſa ad A per ſecundam ſeriem.

Addantur hæ duæ Probabilitates & ſumma utriuſque ſc.

$bx+cx+\overline{m-1}+\overline{n-1}\times s+\frac{T^2+G^2}{t^2}k+\frac{D^2+L^2}{d^2}q$ Erit integra Probabilitas tranſmiſſa ad A ab utraq; ſerie.

Corol. Si numerus hiſtoricorum b, numerus Teſtium (m) tempus T, & diſtantia D ſint eadem in omnibus Teſtium ſeriebus, quarum numerus ſit (a) tum erit Probabilitas quæſita

$$P=\overline{a\times bx+\overline{m-1\times s}+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}}.$$

Et hunc caſum præcipuè reſpicio in ſequentibus, niſi aliter expreſſè moneatur.

Prop. IX. *Prob.* III.

Data quavis hiſtoria H; aliam hiſtoriam h invenire, quæ, ſi à dato numero ſerierum teſtium (a) tranſmittatur, habeat Probabilitatem in ratione data ad probabilitatem hiſtoriæ datæ H.

Sit e numerus ſerierum Teſtium, c numerus Hiſtoricorum, n numerus Teſtium, G tempus, & L diſtantia, per quæ Hiſtoria data H tranſmittitur; a, b, m, T, D eaſdem reſpectivè denotent quantitates in hiſtoria quæſita h; ſitq; ratio data r ad 1. Jam ex datis e, c, n, G, L, a, inveniendæ ſunt b, m, T, D, hoc modo. $ecx+\overline{en-exs}+\frac{eG^2k}{t^2}+\frac{eL^2q}{d^2}$ eſt probabilitas hiſtoriæ datæ H, (per *Prop.* VIII. *Corol.*) Et $abx+\overline{am-axs}+\frac{aT^2k}{t^2}+\frac{aD^2q}{d^2}$ eſt probabilitas hiſtoriæ inveniendæ h (per *Corol.* *Prop.* VIII. Ergo erit

$abx+\overline{am-axs}+\frac{aT^2k}{t^2}+\frac{aD^2q}{d^2}:ecx+\overline{en-exs}+\frac{eG^2k}{t^2}+\frac{eL^2q}{d^2}::r:1$ Ex condi-

conditione problematis. Quare multiplicando terminos medios & extremos erit $abx+\overline{am}-\overline{axs}+\frac{aT^2k}{t^2}+\frac{aD^2q}{d^2}=recx+\overline{ren}-\overline{rexs}+\frac{reG^2q}{t^2}+\frac{reL^2q}{d^2}$. Fiat comparatio inter terminos homologos, erítq; $ab=rec$. $am-a=ren-re$. $aT^2=reG^2$. Atque $aD^2=reL^2$, quæ æquationes reductæ dabunt $b=\frac{rec}{a}$. $m=\frac{ren-re+a}{a}$. $T=\sqrt{\frac{reG^2}{a}}$. $D=\sqrt{\frac{reL^2}{a}}$. Q. E. J.

Scholium. Data vel inventa dicitur Hiſtoria, cùm dantur vel inveniuntur numerus ſerierum Teſtium, numerus Hiſtoricorum, numerus Teſtium, diſtantia & Tempus per quæ tranſmiſſa vel tranſmittenda eſt Hiſtoria.

Prop. X. *Prob.* IV.

Data quavis hiſtoria H, aliam hiſtoriam h invenire; quæ, ſi à dato numero Hiſtoricorum b tranſmittatur, habeat probabilitatem in ratione data ad probabilitatem Hiſtoriæ datæ H.

Deſignatis quantitatibus ut in propoſitione præcedenti erit

$a\times\overline{bx+\overline{m-1\times s}+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}}=re\times\overline{cx+\overline{n-1\times s}+\frac{G^2k}{t^2}+\frac{L^2q}{d^2}}$.

Unde, reductis æquationibus ex comparatione terminorum oriundis, erit $a=\frac{rec}{b}$ numerus ſerierum Teſtium, & $m=\frac{nb-b+c}{c}$ numerus Teſtium, $T=\sqrt{\frac{bG^2}{c}}$ tempus; $D=\sqrt{\frac{bL2}{c}}$ diſtantia, per quæ Hiſtoria illa h invenienda tranſmitti debet, ut ejus probabilitas ſit ad probabilitatem Hiſtoriæ datæ H, ut r ad 1.

Prop. XI. *Prob.* V.

Datâ quavis hiſtoriâ H, aliam hiſtoriam h invenire, quæ, ſi ad Teſtem in dato ordine per (m) deſignato exiſtentem, tranſmittatur, habeat probabilitatem in ratione data ad probabilitatem hiſtoriæ datæ H.

Deſig-

Designentur quantitates ut prius, tum ex datis e, c, n, G, L, r, m, inveniendæ sunt a, b, T, D. Factâ autem reductione æquationum, quæ proveniunt ex comparatione terminorum (ut in *Prop.* IX.) erit $a=\frac{ren-re}{m-1}$ numerus serierum Testium: $b=\frac{cm-c}{n-1}$ numerus Historicorum: $T=\sqrt{\frac{\overline{m-1}\times G^2}{n-1}}$ tempus: $D=L\times\sqrt{\frac{m-1}{n-1}}$ distantia, per quæ Historia invenienda h transmitti debet.

Exemplum. Transmittatur historia data H ad quartum Testem à duabus Testium seriebus, & tribus historicis post 100 annos, & ad distantiam 1000 milliarium; quæritur historia, quæ ad quintum Testem delata habeat probabilitatem duplam probabilitatis historiæ datæ: In hoc exemplo, $e=2$, $c=3$, $n=4$, $G=100$, $L=1000$, $m=5$, $r=2$. Substitutis his valoribus, in quantitatibus modò inventis, erit $a=3$, $b=4$, $T=200\sqrt{\frac{1}{3}}$. $D=2000\sqrt{\frac{1}{3}}$.

Unde constat, quòd historia h, à quatuor historicis, per tres Testium series, post elapsos annos $200\sqrt{\frac{1}{3}}$, & ad distantiam $2000\sqrt{\frac{1}{3}}$ milliarium ad quintum Testem delata, erit duplo probabilior historiâ datâ H.

Prop. XII. *Prob.* VI.

Data quavis historia H, aliam historiam h invenire, quæ post datum tempus T habeat probabilitatem in ratione data ad probabilitatem historiæ H.

Reducantur æquationes ex comparatione terminorum provenientes, & invenientur: numerus serierum Testium scil. $a=\frac{reG^2}{T^2}$. Numerus Historicorum sc. $b=\frac{cT^2}{G^2}$. Numerus Testium sc. $m=\frac{nT^2-T^2}{G^2}+1$. Et distantia sc. $D=\frac{TL}{G}$: per quæ historia invenienda h est transmittenda. Cùm ergo datur T, & inveniuntur a, b, m, D, ideo inventa est historia h (per *Schol. Prop.* IX).

Prop.

Prop. XIII. *Prob.* VII.

Datâ quavis historia H, aliam historiam h (cujus subjectum ad locum refertur) invenire, quæ ad distantiam datam D transmissa habeat probabilitatem in ratione data ad probabilitatem historiæ datæ H.

Reductis æquationibus ex terminorum comparatione provenientibus, invenies, numerum serierum Testium scil. $a=\frac{reL^2}{D^2}$: Numerum historicorum $b=\frac{cD^2}{L^2}$: numerum Testium $m=\frac{nD^2-D^2}{L^2}+1$. Tempus $T=\frac{GD}{L}$. Q. E. I.

Scholium. Si in quovis horum problematum casu a, b vel m sint numeri fracti; capiantur numeri integri fractis hisce proximi.

Prop. XIV. *Theor.* VI.

Probabilitas historica ab uno historico, & per unam tantùm Testium seriem transmissa, quamvis continuò decrescat, in nullo tamen tempore dato penitùs evanescit.

Jam $x+\overline{m-1}\times s+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}$ est probabilitas ab uno Historico, & per unam Testium seriem, transmissa (per *Prop.* VII.) At si hæc in quovis tempore dato T evanescere posset, foret in hoc casu $x+\overline{m-1}\times s+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}=0$. Sed si hoc in quovis casu fieri posset, tum possibile etiam est, ut in illo casu $a\times\overline{x+m-1\times s+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}}=0$, utcunque magnus supponatur numerus Serierum Testium (a). Quod falsum est, tantus enim assumi potest numerus (a), ut sub initio historiæ, ejus probabilitas sit major quavis probabilitate data ab uno historico producta; sed probabilitas quavis data major in nullo tempore dato evanescit: Ergo impossibile est ut (cùm sumitur numerus (a) permagnus) $a\times\overline{x+\overline{m-1}\times s+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}}=0$. Ergo impossibile est, ut $x+\overline{m-1}\times s+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}=0$. Nam si productum ex multiplicatione

duarum

duarum quarumlibet quantitatum sit majus nihilo, oportet etiam ut singuli factores seorsim sumpti sint nihilo majores. Unde constat propositum.

Scholium. Quamvis nunquam penitus evanescat probabilitas Historica, tamen in progressu temporis tam exigua redditur, ut illius vim Animus vix percipere possit. Hoc itaq; superest, ut ostendatur Methodus determinandi tempus, quo evanescit gradus ille probabilitatis, qui ad vim in Animo sensibilem producendam est necessarius. Utq; hoc simplicissimè fiat, sequentes facio Hypotheses, quas à vero non multùm remotas esse existimo. (1.) Quòd $s = -\frac{x}{10}$, id est, Probabilitas integra ab Historico, primo Testi transmissa, nullam sensibilem vim producit (cæteris paribus) in Animo Testis undecimi. (2.) Quòd spatio annorum $50 = t$, oriatur suspicio $k = -\frac{x}{100}$, id est, Quòd Testis primus, qui, si statim Historiam alicui tradat, ac eandem ab ipso Historico accipit, decimam tantùm partem probabilitatis sibi transmissæ destrueret (per *Hyp.* I.) si relationem suam per 50 annos procrastinet (præter illam decimam partem) centesimam probabilitatis sibi transmissæ partem destruet. (3.) Quòd ad distantiam milliarium $50 = d$ oriatur suspicio $q = -\frac{x}{10000}$ in historiis, quarum subjecta ad locum permanentem referuntur. (4.) Quòd vita unius cujuslibet Testis possit per annos $50 = t$ durare. Adeóq; (5.) Erit numerus Testium, per quos Historia per quodlibet tempus T transmissa $m = \frac{T}{t}$: sequitur hæc ex quarta Hypothesi.

Prop. XV. *Prob.* VIII.

Quando evanescet probabilitas cujusvis Historiæ (cujus subjectum est transiens) vivâ tantum voce transmissæ, determinare.

Evanescet illa, quando $bx + \overline{m-1} \times s + \frac{T^2 k}{t^2} = 0$. (per *Prop.* VIII.) ubi b est numerus Historicorum, m numerus Testium, & T tempus evanescentis probabilitatis quæsitum. Jam quia $m = \frac{T}{t}$, $s = -\frac{x}{10}$, $k = -\frac{x}{100}$ (per *Hyp.* 5, 1, 2.) ideo substituantur hi valores quantitatum m, s, k; & erit $bx - \frac{xT}{10t} + \frac{x}{10} - \frac{xT^2}{100t^2} = 0$. Reducatur hæc æquatio per vulgares Algebræ Regulas, & invenies.

$$T = t\sqrt{100b + 35} - 5t.$$

Tempus, quando Historiæ cujuslibet probabilitas evanescit.

Corol. Evanuit probabilitas Historiæ Christi, sub finem sæculi octavi, in quantum illa à Traditione tantum orali dependet. Nam in hoc casu $b = 4$, unde $\sqrt{100b + 35} = \sqrt{435} = 21$ ferè; Ergo per Canonem hujus propositionis $T = 21t - 5t = 16t$, sed $t = 50$ annis (per *Hyp.* 2.) Ergo $T = 16t = 800$ annis. Q. E. D.

Scholium. Eodem modo invenias tempus, quando evanescet probabilitas cujusvis Historiæ, cujus subjectum est permanens: Summopere tamen cavendum est, ne k eandem habere quantitatem capias in historiis, quarum subjecta sunt permanentia, quam habet in Historiis, quarum subjecta sunt transeuntia: Est enim longè major in his, quam in illis: Et quia (per *Hyp.* 2.) supposuimus $k = -\frac{x}{100}$ in Historiis materiam transeuntem transmittentibus, fieri potest, ut, in Historiis subjecta permanentia tradentibus, $k = -\frac{x}{50}$, vel etiam minor, dummodo subjecta illa permanentia sint in loco accessibili; si enim sint in loco inaccessibili, eodem modo tractandæ sunt earum probabilitates, ac si subjecta essent transeuntia.

CAPUT

CAPUT II.

De Probabilitate Hiſtoricâ, quæ per Teſtimonia ſcripta tranſmittitur.

Prop. XVI. *Prob.* IX.

Quantitatem Probabilitatis hiſtoricæ ab uno Hiſtorico primo literis conſignatæ determinare.

Sit z integra probabilitas Hiſtoriæ ſub initio publicationis primi exemplaris, n numerus exemplarium, T tempus, & D diſtantia Loci, per quæ Hiſtoria ſcripta tranſmittitur. Sitq; f ſuſpicio orta ex tranſcriptione alicujus Exemplaris (eſt verò f in omnibus eadem, quia Tranſcriptores ſunt pariter fideles, per Hypotheſin) cæteris poſitis, ut in capite præcedenti, erit quæſita probabilitas

$$P = z + \overline{n - 1 \times f} + \frac{T^2 k}{t^2} + \frac{D^2 q}{d^2}:$$

Corol. Sit c numerus Hiſtoricorum primorum, c numerus exemplarium ſecundorum per totidem ſeries Hiſtoriam tranſmittentium, poſito quòd ſingulæ Exemplarium ſeries ex uno tantùm Exemplari ſecundo traducantur, erit Hiſtoriæ ſic tranſmiſſæ probabilitas

$$P = 1 \times \overline{cz + \overline{n - 1 \times f} + \frac{T^2 k}{t^2} + \frac{D^2 q}{d^2}}:$$

Scholium. Per Hiſtoricos primos intelligo eos, qui Hiſtoriæ cognitionem ex propria obſervatione aut experientia deducunt. Et per Exemplar primum intelligo (non unum tantum, ſed) quotlibet exemplaria ab ipſo primo Hiſtorico ſcripta vel impreſſa. Jam quia Hiſtoria ſcripta majorem longè probabilitatem habet, quàm Hiſtoria per vivam vocem tradita; & quia hujus probabilitas nunquam evaneſcit (per *Prop.* XIV.) ſequitur illius etiam probabilitatem in nullo tempore dato penitus evaneſcere. Attamen cum continuò decreſcat, neceſſe eſt ut tandem etiam illa perexigua reddatur; Ut ergo determinetur tempus, quo perit hæc ſenſibilis probabilitas fiant ſequentes hypotheſes.

(1.) Quod

(1.) Quòd $z = 10x$, id eſt, Hiſtoricus tranſmittit decies plures probabilitatis gradus, quando teſtimonium ſuum per ſcripta, quàm cùm per vivam tantùm vocem illud traditur. (2.) Quòd $t = \frac{5}{10}$, id eſt, ſuſpicio fidelis tranſcriptoris eſt decima tantùm pars ſuſpicionis fidelis Teſtis, unde ſequitur quòd $f = -\frac{x}{100}$ (per *Hyp.* 1. *Prop.* XIV. & *Hyp.* 2. hujus). (3.) Quòd Exemplar Hiſtoriæ poſſit per annos $200 = 4t$ durare. Unde ſequitur (4.) quòd numerus Exemplarium, Hiſtoriam per quodlibet tempus T tranſmittentum, ſit $n = \frac{T}{4t}$.

Prop. XVII. *Prob.* X.

Quantitatem præſentis probabilitatis Hiſtoriæ Chriſti à quatuor Hiſtoricis ſcriptæ, & per unam Exemplarium ſeriem tranſmiſſæ, determinare.

Præſens probabilitas Hiſtoriæ Chriſti eſt $cz + \overline{n - 1 \times f} + \frac{T^2 k}{t^2}$, (per *Corol. Prop.* XVI.) ſed in hoc caſu numerus primorum Hiſtoricorum eſt $c = 4$, $T = 1696$ annis $= 34t$. Et (per Hypotheſes *Prop.* XVI.) $z = 10x$, $n = \frac{34}{4}$, $f = -\frac{x}{100}$, $k = -\frac{x}{100}$ ſubſtituantur hi valores quantitatum c, n, f, T, & erit $p = 40x - \frac{34x}{400} - \frac{1156x}{200}$ præſens probabilitas Hiſtoriæ Chriſti, quæ reducta dat $p = \frac{11342x}{400}$; id eſt quám proximè $p = 28x$. Tanta itaq; eſt præſens probabilitas Hiſtoriæ Chriſti, quantam habuiſſet ille, qui (ipſius Chriſti temporibus) vivâ tantum voce eandem à 28 Diſcipulis Chriſti acciperet. Q. E. I.

Prop. XVIII. *Prob.* XI.

Temporis ſpatium definire, in quo Hiſtoriæ Chriſti ſcriptæ probabilitas evaneſcet.

Evaneſcet illa quando $cz + \overline{n - 1 \times f} + \frac{T^2 k}{t^2} = 0$ (per *Corol. Prop.* XVI.) hoc eſt (ſubſtitutis valoribus quantitatum z, n, f, k, nec non

4 = c)

$4=c$) quando $40+\frac{1}{100}-\frac{T}{400t}-\frac{T^2}{100t^2}=0$: Hæc æquatio reducta dabit Tempus evaneſcentis probabilitatis quæſitum, ſcil. $T=t\sqrt{4001+\frac{1}{64}}-\frac{1}{8}t$; vel potius (neglectis fractis, quod in hujuſmodi computationibus ſine magno erroris periculo fieri poſſit) erit tempus quæſitum $T=t\sqrt{4001}$, hoc eſt, quia $\sqrt{4001}=63$ & $t=50$ annis, $T=3150$ annis: unde conſtat, quòd poſt annos 3150 à nativitate Chriſti, evaneſcet hiſtoriæ ejus ſcriptæ probabilitas. Q. E. I.

Corol. Neceſſe eſt, ut Chriſtus veniat, antequam elabantur anni 1454. Nam neceſſe eſt, ut Chriſtus veniat, priuſquam evaneſcat Hiſtoriæ ſuæ probabilitas; ſed illa peribit, elapſis à noſtro tempore annis $1454=3150-1696$; Ergo neceſſe eſt, ut veniat antequam elabantur anni 1454 à noſtro tempore. Q. E. D. Et in nullo tempore minori annis 1454 neceſſe eſt ut veniat, in quantum ejus adventus ex defectu probabilitatis ſuæ hiſtoriæ dependet: Et certè multa me movent, ut ſuſpicer, illum non priùs venturum, quàm ferè evanuerit hiſtoriæ ſuæ probabilitas; hoc enim diſertè innuere videtur Lucas in Hiſtoriæ ſuæ Capite 18, verſu 8, ubi Chriſtum expoſtulâſſe narrat in hunc modum —Nihilominus, cùm venerit Filius hominis, an fidem in Terrâ inveniet—Tantilla ſcil. ad adventum Chriſti erit Hiſtoriæ ſuæ probabilitas, ut dubitet, an quenquam reperturus ſit, qui huic de ipſo Hiſtoriæ fidem adhibebit. Unde patet, quàm graviter errent illi omnes qui Chriſti adventum ad noſtra tempora tam propè conſtituunt.

Prop. XIX. *Prob.* XII.

Quantitatem Probabilitatis cujuſvis Hiſtoriæ ſcriptæ determinare, juxta aſſumptas Hypotheſes.

Cujuſvis Hiſtoriæ ſcriptæ (cujus ſubjectum eſt tranſiens) probabilitas eſt $p=r\times\overline{cz+\overline{n-1}\times f+\frac{T^2k}{t^2}}$ (per *Corol. Prop.* XVI.) Ergo (ſubſtitutis valoribus quantitatum z, n, f, k) erit $p=rx\times\frac{4000ct^2-Tt+4tt-4TT}{400t^2}$.

Prop.

Prop. XX. *Prob.* XIII.

Temporis ſpatium definire, in quo Hiſtoriæ cujuſvis ſcriptæ probabilitas evaneſcet.

Evaneſcet illa quando $cz+\overline{n-1}\times f+\frac{T^2k}{t^2}=0$ (per *Corol. Prop.* 16.) hoc eſt (ſubſtitutis valoribus quantitatum z, n, f, k) quando $20c+\frac{1}{100}-\frac{T}{400t}-\frac{T^2}{100t^2}=0$; hæc æquatio reducta dabit tempus evaneſcentis probabilitatis quæſitum, ſcil. $T=t\sqrt{1000c+\frac{65}{64}}-\frac{1}{8}t$. vel neglectis fractis $T=t\sqrt{1000c+1}$:

Datur t ſcil. ſpatium 50 annorum, & c numerus Hiſtoricorum primorum; Ergo habetur T tempus quæſitum, in quo evaneſcit Hiſtoriæ probabilitas.

Scholium. Eodem modo ſolvuntur duo poſtrema Problemata, quando Hiſtoriæ reſpiciunt ſubjecta in loco acceſſibili conſtituta.

Prop. XXI. *Prob.* XIV.

Determinare quantitatem probabilitatis Hiſtoriæ, quæ partim vivâ voce, partim per ſcripta tranſmittitur.

Inveniatur probabilitas ejus pro temporis ſpatio, quo vivâ voce traditur (per *Prop.* VIII.) & probabilitas ejus pro temporis ſpatio, quo per ſcripta traditur (per *Prop.* XVI.) dabit utriuſq; ſumma probabilitatem quæſitam. Q. E. I.

Prop. XXII. *Prob.* XV.

Datis duabus ejuſdem rei Hiſtoriis contrariis, utra harum ſit probabilior, quantáq; ejus ſit probabilitas, determinare.

Inveniatur probabilitas utriuſq; (per *Propp.* VIII. & XVI.) & ſubſtituantur valores quantitatum m, s, k, q, z, n, f, & ſtatim conſtabit utra ſit probabilior; ſubducatur probabilitas minor ex majori, & reliqua erit tota probabilitas Hiſtoriæ probabilioris. Q. E. I.

D

Concluſio.

Conclusio. Credo me jam ea omnia dilucidè satis explicuisse, quæ ad probabilitatis Historicæ determinationem sunt necessaria. Ad alteram jam materiæ meæ partem progredior, scil. ad definiendas Voluptatum Quantitates. Voluptas enim est unicum omnium actionum & conatuum nostrorum principium. Quicquid agimus aut patimur, quicquid cupimus aut aversamur, omnia tamen Voluptatis causâ fieri pro certo constat. Ut ergo homines prudenter suas prosequantur voluptates, necesse est, ut earum quantitates & valores accuratè determinare queant: quod proinde in sequentibus docebitur.

CAPUT III.

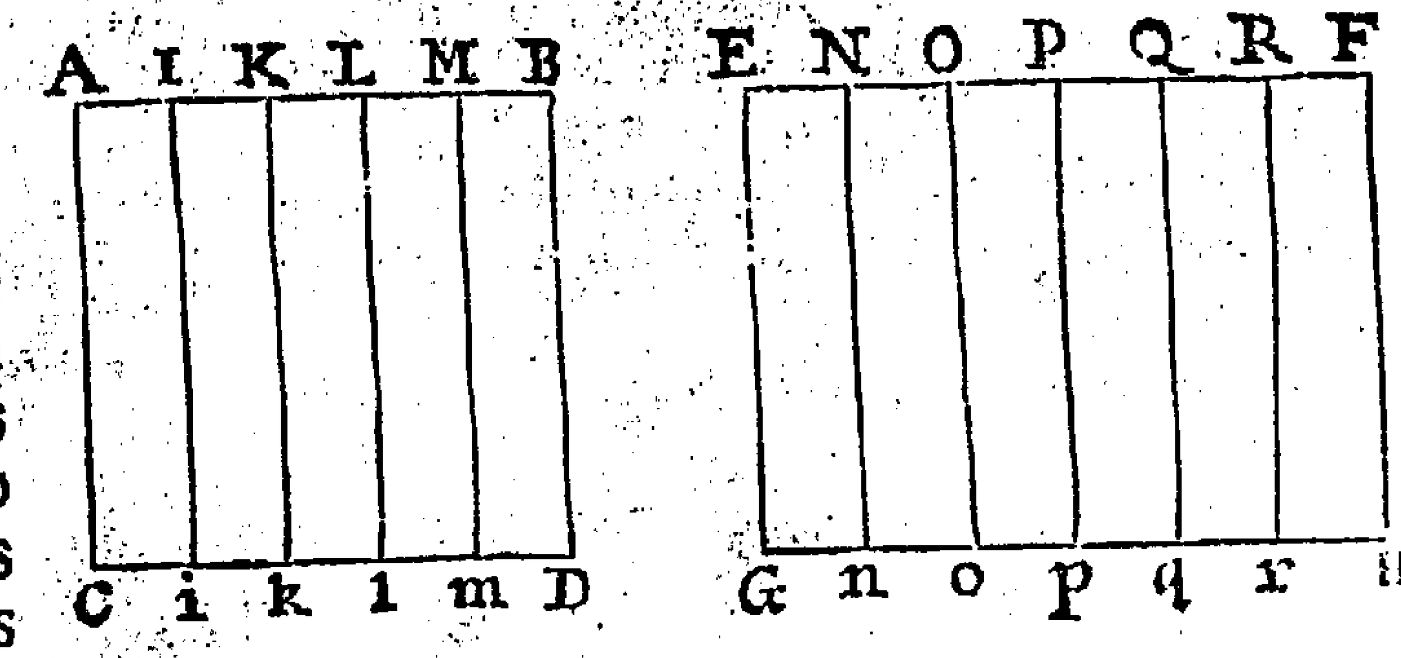
De Voluptate Æquabili.

UT sequentes propositiones faciliùs demonstrentur, Durationem Voluptatis per lineam rectam designo, & gradus ejus intensitatis per lineas rectas ad singula puncta prioris lineæ perpendiculares: & proinde si ducta intelligatur linea per alteras extremitates horum perpendiculorum, formabitur inde Figura plana, quæ Voluptatis illius Quantitatem optimè repræsentabit: Adeóque ex figuræ hujus proprietatibus facile erit voluptatis illius proprietates deducere.

Prop. XXIII. *Theor.* VII.

Quantitates duarum Voluptatum æquabilium (quarum Intensitates sunt æquales) sunt in ratione Durationum directâ.

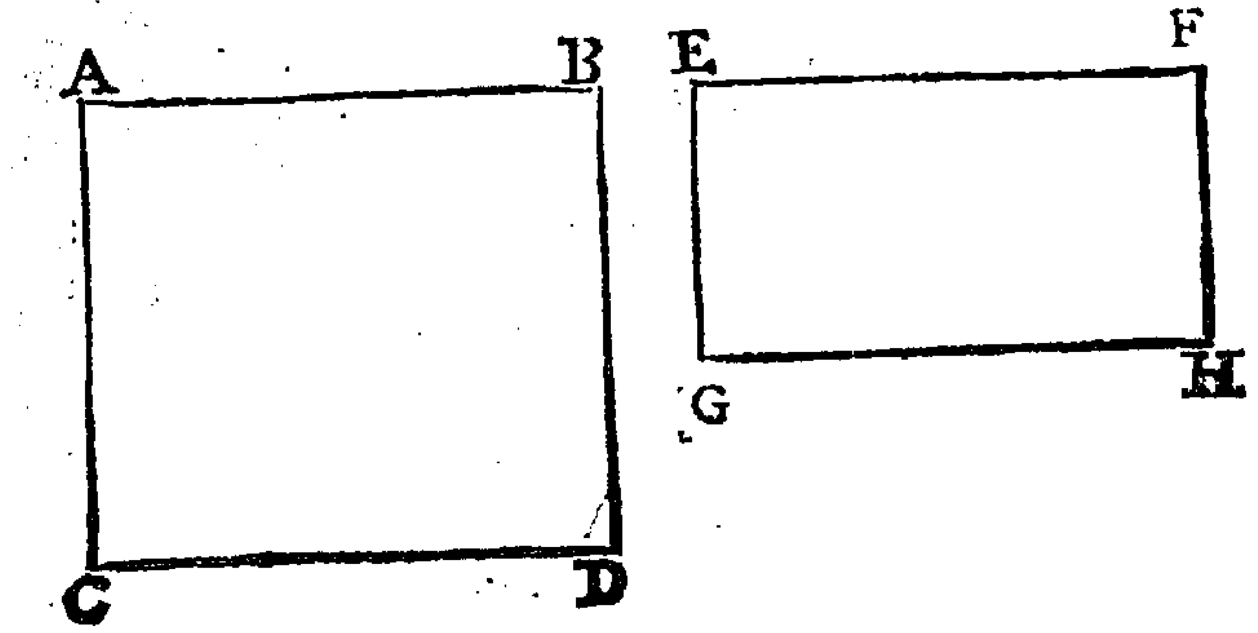
Sit



Sit AB duratio unius Voluptatis, ejus quantitas v. sintque AC, Ii, Kk, Ll, &c. gradus intensitatis in diversis durationis Instantibus. Et esto EF duratio alterius voluptatis, cujus quantitas V, & gradus intensitatis EG, Nn, Oo, &c. In Instantibus E, N, O, &c. Jam cum utraq; voluptas sit æquabilis (ex Hypothesi) ideo linea ducta per C, i, k, l, m, D, & linea ducta per G, n, o, p, q, r, H, sunt rectæ ad AB & EF parallelæ (per Def. 4.) Ergo figuræ ABCD, EFGH designantes utriusq; Voluptatis Quantitatem sunt parallelogramma rectangula. Jam v=AB×AC, V=EF×EG (ex Elementis) & AC=EG (ex hypothesi propositionis) Ergo V=EF×AC. Unde v. V :: AB×AC. EF×AC. sed (ex Elementis) AB×AC. EF×AC :: AB. EF. Ergo v. V :: AB. EF. Quod erat demonstrandum.

Prop. XXIV. *Theor.* VIII.

Quantitates duarum voluptatum æquabilium (quarum tempora durationum sunt æqualia) sunt in ratione directa intensitatum.

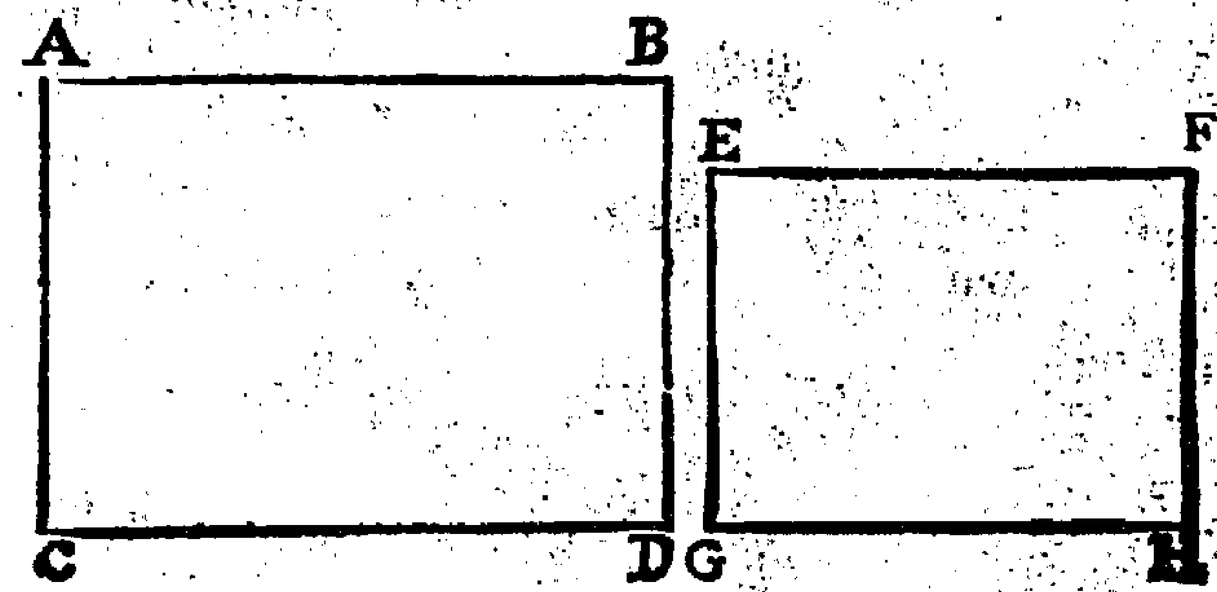


Sit prioris voluptatis duratio AB, & constans ejus intensitatis gradus AC, quantitas integra sit v. Nec non alterius Voluptatis duratio EF, intensitas constans EG, & quantitas V. Erit v=AB×AC, V=EF×EG, sed ex hypothesi AB=EF, ergo V=AB×EG. Unde v. V :: AB×AC. AB×EG. sed AB×AC. AB×EG :: AC. EG. Ergo v. V :: AC. EG. Quod erat demonstrandum.

Prop.

Prop. XXV. *Theor.* IX.

Quantitates duarum quarumlibet voluptatum æquabilium ſunt in ratione compoſita ex rationibus durationum & intenſitatum directis.



Sit unius voluptatis duratio AB$=$r, intenſitas AC$=$n, & quantitas v. Alterius autem voluptatis ſit quantitas V, duratio EF$=$s, intenſitas EG$=$m; Jam quia Figuræ, quæ repræſentant quantitates voluptatum æquabilium ſunt Parallelogramma rectangula, ideo v$=$rn, V$=$sm, ideo $\frac{V}{v} = \frac{sm}{rn} = \frac{s}{r} \times \frac{m}{n}$. Q. E. D.

Corol. 1. Durationes duarum quarumlibet voluptatum æquabilium ſunt in ratione compoſita ex ratione directâ quantitatum, & reciprocâ ratione Intenſitatum.

Corol. 2. Intenſitates duarum quarumlibet Voluptatum æquabilium ſunt in ratione compoſitâ ex directâ quantitatum, & reciprocâ ratione durationum.

Corol. 3. Creſcit Voluptas quælibet æquabilis in ratione durationum ab initio ſumptarum.

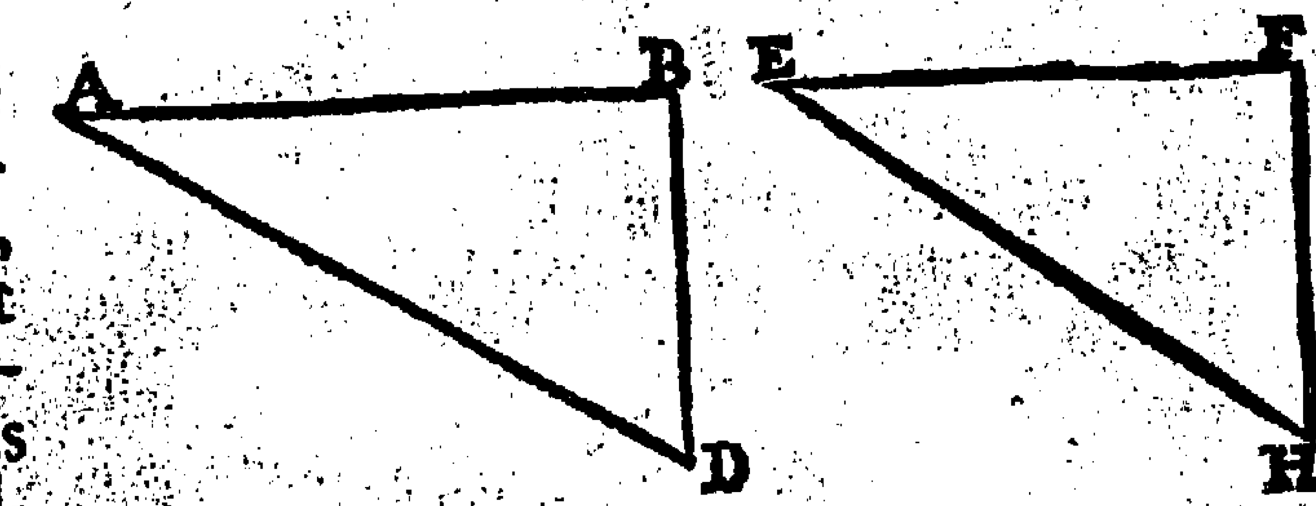
CAPUT IV.

De Voluptatibus uniformiter creſcentibus.

Prop. XXVI. *Theor.* X.

QUantitates duarum Voluptatum uniformiter creſcentium, quarum intenſitates ſub finem ſunt æquales, ſunt in ratione durationum.

Quoniam



Quoniam Figuræ quæ has voluptates repræſentant ſunt triangula, (per *Def.* 5.) ideo ſit unius quantitas v, duratio AB$=$r, intenſitas ſub finem BD$=$n; Alterius verò voluptatis quantitas ſit V, duratio EF$=$s, & intenſitas ſub finem ſit FH$=$m. Jam V. v :: EFH. ABD. ſed EFH$=\frac{sm}{2}$, & ABD$=\frac{rn}{2}$: Ergo V. v :: $\frac{sm}{2}$. $\frac{rn}{2}$, unde $\frac{V}{v} = \frac{sm}{rn}$, ſed m$=$n ex hypotheſi, ergo $\frac{V}{v} = \frac{s}{r}$. Q. E. D.

Prop. XXVII. *Theor.* XI.

Quantitates duarum voluptatum uniformiter creſcentium, quarum durationes ſunt æquales, ſunt in ratione directa Intenſitatum ſub finem ſumptarum.

Nam deſignatis quantitatibus, ut in præcedenti, inventum fuit $\frac{V}{v} = \frac{sm}{rn}$, ſed s$=$r ex hypotheſi, Ergo $\frac{V}{v} = \frac{m}{n}$. Q. E. D.

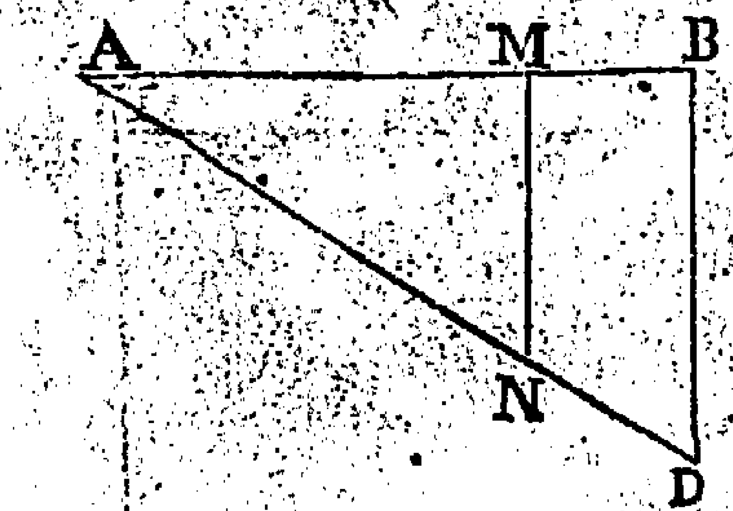
Prop. XXVIII. *Theor.* XII.

Quantitates duarum quarumlibet voluptatum uniformiter creſcentium ſunt in ratione compoſitâ ex ratione directâ durationum, & directâ ratione Intenſitatum ſub finem ſumptarum.

Nam in propoſitione penultimâ demonſtratum eſt $\frac{V}{v} = \frac{sm}{rn}$, id eſt, $\frac{V}{v} = \frac{s}{r} \times \frac{m}{n}$. Q. E. D.

Corol. 1. Durationes duarum voluptatum uniformiter creſcentium, ſunt in ratione compoſitâ ex directâ ratione quantitatum, & reciprocâ ratione intenſitatum ſub finem ſumptarum.

Corol.



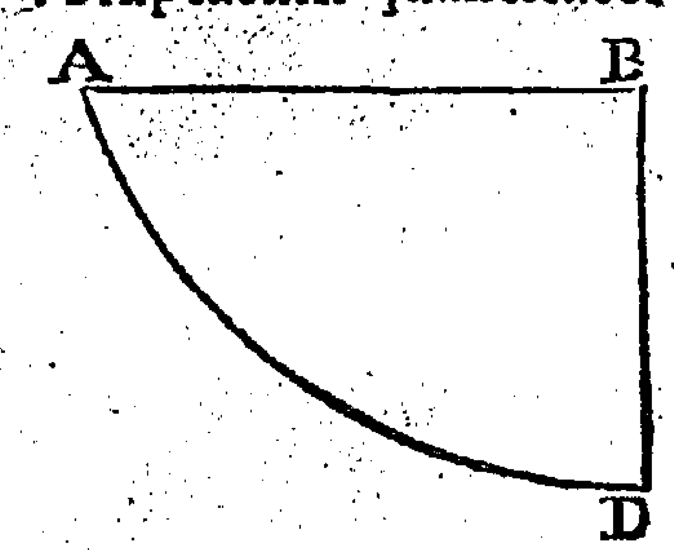
Corol. Quantitates unius voluptatis uniformiter crescentis ab initio sumptæ crescunt in duplicatâ ratione durationum. Sit A B = T duratio una, ejusq; in hoc tempore quantitas sit Q; sit alia duratio AM = t, in qua voluptatis quantitas sit q. Jam Q. q :: ABD. AMN. sed ABD. AMN :: ABq. AMq (ex Elementis) Ergo Q. q :: ABq. AMq, id est Q. q :: T^2. t^2. Q. E. D.

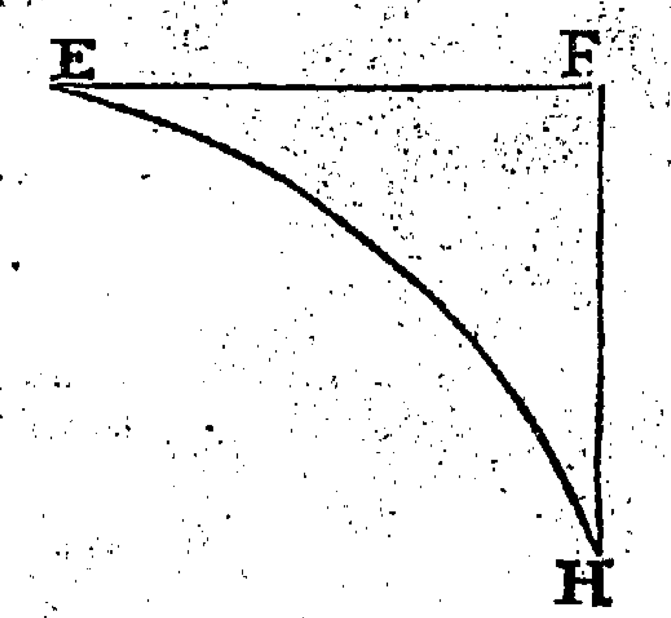
CAPUT V.

De Voluptatibus, quarum Intensitates crescunt in ratione qualibet multiplicata aut submultiplicata.

Prop. XXIX. *Prob.* XVI.

Datis æquationibus relationem exprimentibus inter tempora durationum & gradus intensitatum, invenire rationem quam habent voluptatum quantitates.





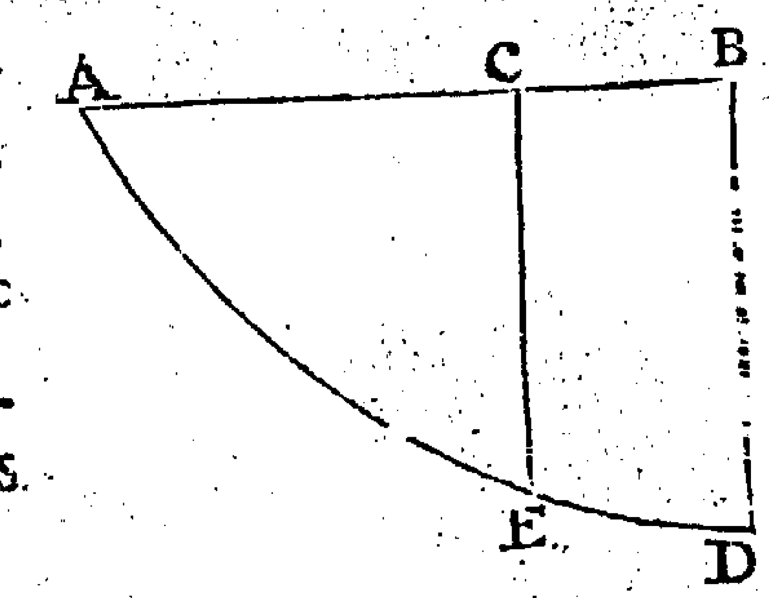
Sit unius voluptatis duratio AB = r, ejus intensitas sub finem BD = n, ejus quantitas v. Alterius autem quantitas sit V, duratio EF = s, & intensitas sub finem FH = m. Sitque $r^c = n$ æquatio exprimens relationem inter tempus durationis, & intensitatis gradus prioris crescentes juxta rationem quamlibet multiplicatam aut submultiplicatam, cujus exponens est c. Nec non $m = s^e$ æquatio exprimens relationem inter tempus durationis & intensitatis gradus posterioris crescentes in ratione quâlibet multiplicatâ aut submultiplicatâ, cujus exponens est e. Jam $\frac{V}{v} = \frac{EFH}{ABD}$ (juxta hujus methodi fundamentum sub initio Capitis tertii positum) Sed

Sed per Quadraturarum Methodos notissimas $EFH = \frac{sm}{e+1}$, $ABD = \frac{rn}{c+1}$, Ergo $\frac{V}{v} = \frac{sm \times c+1}{rn \times e+1} = \frac{s}{r} \times \frac{m}{n} \times \frac{c+1}{e+1}$. Id est, Voluptatum harum Quantitates sunt in ratione compositâ ex directâ ratione temporum, directâ ratione intensitatum (sub finem sumptarum) & reciprocâ ratione exponentium unitate auctarum. Q. E. I.

Scholium. Est hoc Theorema perquam generale; ejus enim ope inveniri possunt illa omnia, quæ spectant ad voluptates, quarum intensitates crescunt in quâvis ratione multiplicatâ aut submultiplicatâ: sic si ponatur c = o, e = o habentur omnia in Capite III. demonstrata; si sit c = 1, e = 1, habentur omnia in Capite IV. demonstrata; si ponas c = o, e = 1, habetur ratio voluptatis æquabilis ad uniformiter crescentem; vel si ponatur c = 1, e = 2, habetur ratio voluptatis uniformiter crescentis ad voluptatem, cujus intensitatis gradus crescunt in duplicatâ ratione temporum: Ut de aliis infinitis nihil dicam, quæ pari facilitate ex hac propositione deduci possunt.

Prop. XXX. *Prob.* XVII.

Iisdem datis quæ in præcedenti, invenire rationem incrementi unius voluptatis, pro diversis suæ durationis temporibus ab initio sumptis.



Sit Q quantitas voluptatis in tempore AB producta, & q quantitas ejusdem (vel similis) voluptatis in tempore AC producta. Ponatur AB = T, AC = t. Jam BD = T^c & CE = t^c ex supposito incremento graduum intensitatis; Ergo per Quadraturas invenies $Q = \frac{T^{c+1}}{c+1} = ABD$, &

$q = \frac{t^{c+1}}{c+1} = ACE$. Unde $\frac{Q}{q} = \frac{T^{c+1}}{t^{c+1}}$. Q. E. I.

Corol. 1. Si voluptas sit æquabilis, tum quantitates voluptatum erunt ut tempora, nam in hoc casu c = o, unde $\frac{Q}{q} = \frac{T}{t}$.

Corol.

Corol. 2. Si Intensitates crescant uniformiter, voluptates erunt ut Quadrata temporum; nam in hoc casu $c=1$, unde $\frac{Q}{q}=\frac{T^2}{t^2}$.

Corol. 3. Si Intensitates crescant in ratione temporum duplicatâ, voluptates erunt in ratione temporum triplicatâ; nam in hoc casu $c=2$, unde $\frac{Q}{q}=\frac{T^3}{t^3}$.

Corol. 4. Si intensitates crescant in subduplicatâ ratione temporum, tum Quantitates voluptatis erunt ut Radix quadrata Cuborum Temporum; nam in hoc casu $c=\frac{1}{2}$, unde $\frac{Q}{q}=\frac{T^{\frac{3}{2}}}{t^{\frac{3}{2}}}=\frac{\sqrt{T^3}}{\sqrt{t^3}}$.

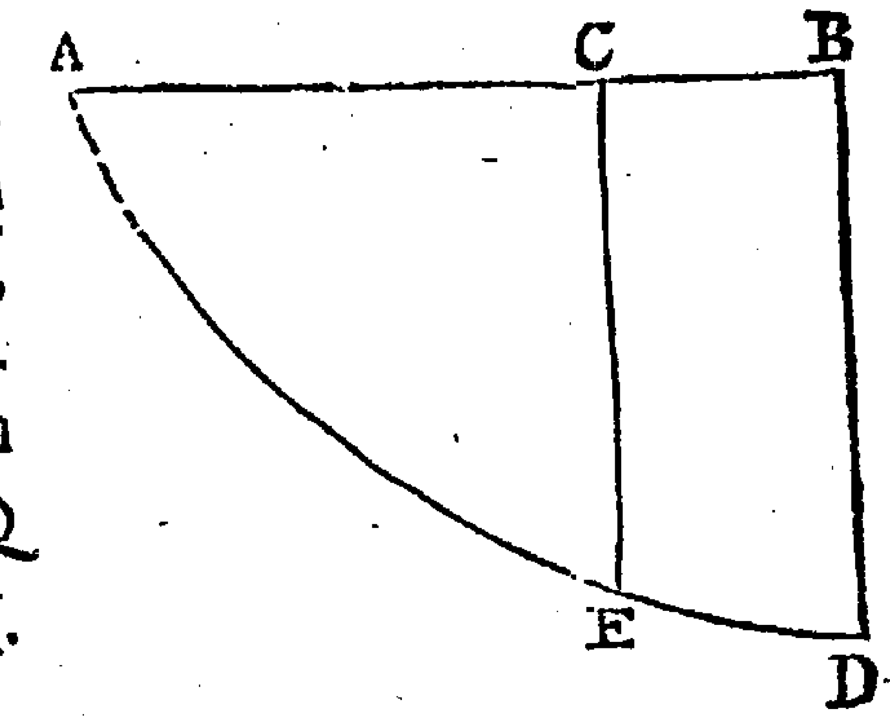
Corol. 5. Si intensitates crescant in ratione temporum subtriplicatâ, tum Quantitates voluptatis erunt ut Radix Cubica biquadratorum temporum. Nam in hoc casu $c=\frac{1}{3}$, unde $\frac{Q}{q}=\frac{T^{\frac{4}{3}}}{t^{\frac{4}{3}}}=\frac{\sqrt[3]{T^4}}{\sqrt[3]{t^4}}$.

Scholium. Ex præmissis constat, quòd (concessis Figurarum Curvilinearum Quadraturis) possunt omnia ad voluptatum quantitates, mutuásq; inter se relationes spectantia, facillimé inveniri. Quod ut melius intelligatur, adjiciam exemplum in sequenti propositione, in quo intensitates non crescunt in ratione multiplicatâ aut submultiplicatâ.

Prop. XXXI. *Prob.* XVIII.

Si intensitas crescat ut radix quadrata quadratorum & biquadratorum (simul sumptorum) temporum; invenire rationem, juxta quam ipsa voluptas crescat, pro diversis durationis suæ temporibus, ab initio sumptis.

Sit



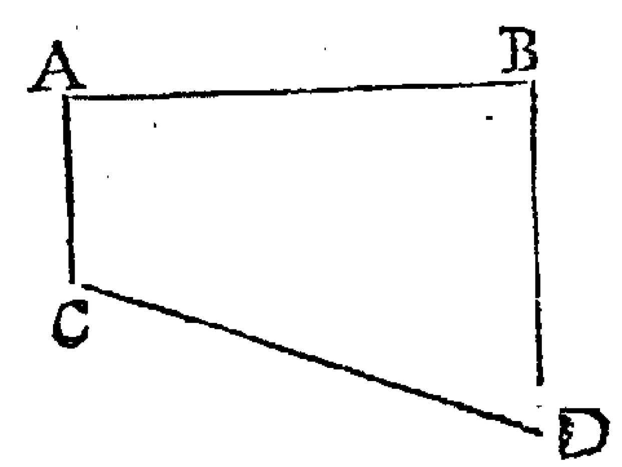
Sit $AB=T$ una duratio, $AC=t$ altera duratio; sitq; BD intensitas sub finem prioris, CE intensitas sub finem alterius. Jam quia $BD=\sqrt{T^4+T^2}$, $CE=\sqrt{t^4+t^2}$ ex hypothesi problematis, & per methodos Quadraturarum invenitur $ABD=\frac{1}{3}\times\overline{T^2+1}\sqrt{T^2+1}-1=Q$ & $ACE=\frac{1}{3}\times\overline{t^2+1}\sqrt{t^2+1}-1=q$. Ideo $\frac{Q}{q}=\frac{\overline{T^2+1}\sqrt{T^2+1}-1}{\overline{t^2+1}\sqrt{t^2+1}-1}$.

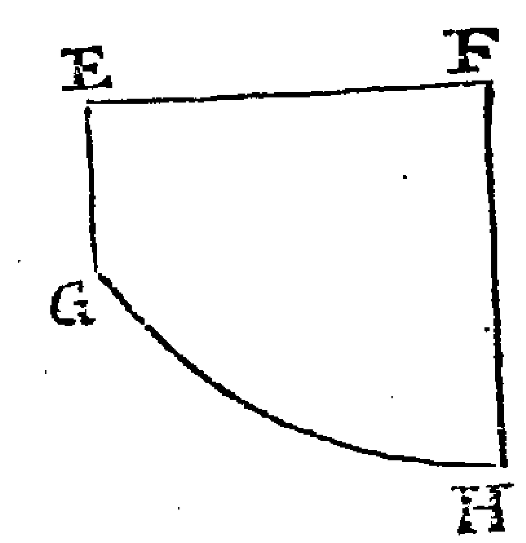
Exemplum sit $T=3\frac{3}{7}$ horis, $t=2\frac{2}{5}$ horis, erit $\frac{Q}{q}=\frac{955125}{354662}$.

Scholium. Quamvis in præcedentibus supposui voluptates esse crescentes, & intensitates (exceptis voluptatibus æquabilibus) sub initio esse indefinitè parvas; tamen eadem Methodus facilè applicari possit ad cæteras quasvis voluptates à determinatâ intensitatis magnitudine crescentes aut decrescentes: quarum in sequenti propositione datur exemplum.

Prop. XXXII.

Sit unius voluptatis duratio AB, intensitas sub initio AC, sub fine BD, quantitas v, & crescant intensitates ut Ordinatæ Trapezii triangularis $ACBD$; sitq; alterius voluptatis duratio EB, intensitas sub initio EG, sub fine FH, quantitas V, crescantq; intensitates ut ordinatæ trapezii parabolici $EFGH$; invenire rationem unius voluptatis ad alteram.





Ponantur $AB=r$, $BD=n$, $AC=t$, $EF=s$, $FH=m$, $EG=g$. Ex Geometriâ invenies $V=ACBD=\frac{nr+lr}{2}$

$V=\frac{2}{3}\times\overline{mg^2+ms-g^3}$;

Ergo $\frac{V}{v}=\frac{4mg^2+4ms-4g^3}{3nr+3lr}$.

Q. E. I.

E

CAPUT

CAPUT VI.

De voluptate finitâ & infinitâ inter se comparatis.

Prop. XXXIII. *Theor.* XIII.

Quantitas voluptatis quamlibet habens (non decrescentem) intensitatem, & durationis infinitæ s, est infinitè major quâvis aliâ voluptate finitam semper habente intensitatem n, & durationis finitæ r.

Supponatur utraq; voluptas esse æquabilis, & V quantitas prioris, v posterioris. Jamq; erit $\frac{V}{v} = \frac{sm}{rn}$ (per *Prop.* XXV.) unde $V = \frac{sm}{rn} \times v$. Sed s est infinita, ergo productum sm est infinitum; & r, n sunt quantitates finitæ (ex hypothesi) Ergo productum rn est finitum; sed quantitas infinita sm, divisa per quantitatem finitam rn, dat quotientem infinitam $\frac{sm}{rn}$; Ergo $\frac{sm}{rn} \times v$ est Quantitas infinita; Ergo V quantitas voluptatis infinitæ durationis est infinitè major quantitate voluptatis v finitam habentis intensitatem & durationem. Q. E. D.

Scholium. Quamvis voluptates posui æquabiles, tamen præcedentia intelligenti facile constat Demonstrationem locum obtinere, sumptis intensitatibus in quavis datâ ratione crescentibus.

Corol. Valor voluptatis à Christo promissæ est infinitè major valore voluptatis vitæ præsentis. Nam Voluptas à Christo promissa est intensitatis non decrescentis, & durationis infinitæ, ut ex ipsius Historiâ constat: at voluptas vitæ præsentis est tantum intensitatis finitæ & durationis etiam finitæ, ut omnibus notum. Ergo Quantitas Voluptatis à Christo promissæ est infinitè major Quantitate Voluptatis Vitæ præsentis (per *Prop.* XXXIII.) Sed Valores voluptatum sunt in ratione Quantitatum; Ergo Valor Voluptatis à Christo promissæ, &c. Q. E. D.

Prop.

Prop. XXXIV. *Lemma* II.

Si probabilitas, quam habet aliquis ad obtinendum p, sit ad probabilitatem, quam habet ad obtinendum P, in ratione quavis r ad 1, & supponatur $P \sqsubset p$, & $r \sqsubset 1$, erit verus Valor expectationis illius hominis $\frac{P+p}{r+1}$: id est, summa rerum, quas expectat, divisa per summam probabilitatum, dat verum expectationis ejus valorem.

Ut demonstratio faciliùs capiatur; supponatur aliquis iste A justum inire ludum cum altero homine B: sitque x depositum seu valor expectationis, quam habet A; atque y depositum & valor expectationis, quam habet B (omnes enim Lusores in justo ludo habent expectationem depositis suis æqualem) & ludant hac conditione, ut Victor det alteri p, servans sibi ipsi P. Manifestum jam est, si A vincat, ipsum habiturum $x + y - p = P$; sed si A perdat, tum (ex conditione Ludi) non nisi p habebit. Cúmque jam (ex hypothesi Lemmatis) probabilitas, quam habet A ad vincendum (seu ut obtineat P) sit ad probabilitatem, quam habet A ad perdendum (seu ut obtineat p) id est, ad probabilitatem, quam habet B ad vincendum, in ratione 1 ad r. Ideo, cùm justus supponitur Lusus, debent deposita esse in ratione probabilitatum vincendi, id est, $x.\ y :: 1.\ r.$ unde $rx = y$; substituatur rx pro y in æquatione modò inventâ, & erit $x + rx = P + p$. unde $x = \frac{P+p}{r+1}$. Q. E. D.

Prop. XXXV. *Theor.* XIV.

Valor verus expectationis ad obtinendam voluptatem P à Christo promissam est infinitè major vero valore Expectationis obtinendi voluptatem p vitæ præsentis.

Nam P est infinitè major quàm p (per *Corol. Prop.* XXXIII.) & probabilitas obtinendi P est aliqua, eáq; non contemnenda (per *Prop.* XVII.) & probabilitas obtinendi p non est etiam nisi aliqua finita (ipsa enim vita, multóq; magis vitæ hujus voluptas est incerta) ergo probabilitas obtinendi p est ad probabilitatem obtinendi P, ut numerus finitus ad numerum finitum; Ergo exprimi possit ratio harum probabilitatum, per rationem numeri finiti r ad unitatem. Ergo verus valor expecta-

tionis

tionis est $\frac{P+p}{r+1}$ (per *Prop.* XXXIV.) Sed P est quantitas infinita (per *Corol. Prop.* XXXIII.) Ergo quantitas infinita $P+p$, divisa per numerum finitum scil. $r+1$, dat quotientem infinitam. Ergo verus valor expectationis Christiani est realiter infinitus; Ergo est infinitè major vero valore expectationis finito obtinendi vitæ hujus præsentis voluptatem. Q. E. D.

Corol. 1. Conatus ad obtinendam vitæ futuræ voluptatem debent esse infinitè majores conatibus obtinendi vitæ hujus præsentis voluptatem; si sapienter conatus nostros gubernare vellemus (per hanc & *Axioma* 2.)

Corol. 2. Insipientes sunt, qui majorem adhibent conatum ad obtinendam præsentis, quàm vitæ futuræ voluptatem (per hanc & *Axioma* 3.)

Corol. 3. Minùs sapientes sunt, quorum conatus obtinendi voluptates futuras sunt ad conatus obtinendi voluptates finitas in ratione finitâ (per hanc & *Axiomatis* part. 2.)

Corol. 4. Verus Christianus est omnium sapientûm sapientissimus, & Athei ac Deistæ sunt omnium stultorum stultissimi, sequitur ex *Corol.* 1 & 2 hujus, & *Axiom.* 2 & 3.

FINIS.