

Предисловие

Мир геометрии интегрируемых систем богат удивительными объектами: это локальные и нелокальные симметрии и законы сохранения, операторы рекурсии для алгебр симметрии, представления нулевой кривизны для дифференциальных уравнений, принимающие значения в алгебрах Ли, а также пары Лакса. Далее, это формализм Эйлера—Лагранжа и неётеровы симметрии, бигамильтоновы структуры и порождённые ими интегрируемые иерархии. Наконец, это (авто)преобразования Миуры и Беклунда между уравнениями математической физики.

Пограничные области этого мира — дифференциальное исчисление на многообразиях, теория групп и алгебр Ли, аналитическая механика, классическая и квантовая теория поля, высшая алгебра, а также теория категорий и функторов.

Исследователи, живущие и работающие в этом мире, признают его основой принципов симметрии и сохранения. Сравнительно недавно была установлена взаимосвязь качественной теории дифференциальных уравнений и гомологической алгебры, породившая, на деле, новую область математической физики, оперирующую с группами когомологий на уравнениях. Важным инструментом исследований в этой области служат современные вычислительные комплексы, которые используют алгоритмы, работающие с перечисленными выше структурами.

Интегрируемые системы и присущие им когомологические свойства обнаруживаются во всё большем числе моделей математической физики. При изучении нелинейных систем и явлений аналитические и алгебраические методы, как оказалось, успешно дополняют друг друга.

В настоящем выпуске отражены последние достижения в теории интегрируемых систем. Здесь обсуждаются уравнения Тоды и другие модели, ассоциированные с алгебрами Ли, задачи классификации уравнений с частными производными, а также приложения теории и методов интегрируемых систем в теоретической физике. Основные определения и утверждения приведены в первой статье выпуска. Разумеется, работа не претендует на то, чтобы служить самостоятельным введением в столь обширный предмет и всесторонне раскрыть свойства используемых геометрических и алгебраических понятий. Гораздо более подробно читатель может ознакомиться с данным разделом науки по книгам [1] и [3]. Ещё одна книга, [2], рекомендуется тем, кто пожелает освоить основы алгебраического формализма в дифференциальном исчислении, а книга [4] — тем, кто хочет изучить современный курс гомологических методов для интегрируемых моделей математической физики.

Кроме того, читатель может посетить сайт <http://diffiety.ac.ru>, где можно найти конспекты курсов по гомологическим методам для уравнений в частных производных, недавние публикации по теории интегрируемых систем, программное обеспечение, успешно применявшееся для практических исследований в данной области, а также много полезных ссылок.

Благодарность

Этот выпуск, посвящённый симметриям и законам сохранения в теории интегрируемых систем, предложил составить А. В. Овчинников — без его помощи и настойчивости выпуск вряд ли попал бы к читателю. Также непременно следует выразить благодарность университету Лечче, в стенах которого данный номер был составлен и отредактирован, за радушное гостеприимство и поддержку. Особая благодарность — профессору Р. Витоло за его неизменный энтузиазм и вдохновение.

Литература

- [1] Бочаров А. В., Вербовецкий А. М., Виноградов А. М. и др. Симметрии и законы сохранения уравнений математической физики / Ред. А. М. Виноградов и И. С. Красильщик. — М.: Факториал, 1997.
- [2] Джет Неструев. Гладкие многообразия и наблюдаемые. — М.: МЦНМО, 2000. — <http://diffiety.ac.ru/books/nestrus.htm>.
- [3] Krasil'shchik I. S., Kersten P. H. M. Symmetries and Recursion Operators for Classical and Supersymmetric Differential Equations. — Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2000.
- [4] Krasil'shchik J., Verbovetsky A. Homological Methods in Equations of Mathematical Physics. — Opava: Open Education and Sciences, 1998. — Advanced Texts in Mathematics. Имеется перевод: <http://www.mccme.ru/iium/s99/GeoDiffEq.html>.
- [5] Marvan M. Jets. A software for differential calculus on jet spaces and diffieties, ver. 4.9 (December 2003) for Maple V Release 4. — Opava, 2003. — <http://diffiety.ac.ru/soft/soft.htm>.

А. В. Киселёв
Иваново—Лечче, 2004