Zbl 327.10004
Erdős, Paul; Szemeredi, E.
On multiplicative representations of integers. (In English)
J. Aust. Math. Soc., Ser. A 21, 418-427 (1976). [0263-6115]

Seien $A = \{a_1 < \ldots < a_k\}$ und $B = \{b_1 < \ldots < b_\ell\}$ Mengen $\subseteq \mathbb{N} \cap [1, x]$. Dann wird ein einfacher Beweis des folgenden Satzes von Szemerédi gegeben (Theorem 1): Wenn die Produkte $a_i b_j$ alle verschieden sind, dann gilt $k\ell < cx^2/\log c$ mit einer Konstanten c.
Sei $g(n)$ die Anzahl der Lösungen von $a_i b_j = n$. Dann sagt Theorem 4: Zu jedem c gibt es ein $f(c)$, so daß für A und B mit $g(n) < c$ gilt

$$k\ell < c_1 x^2 (\log\log x)^{f(c)} / \log x.$$

Für Theorem 3 wird für A und B noch vorausgesetzt $A(x) > cx$, $B(x) > cx$ und daß jedes $m < x$ entweder $\in A$ oder $\in B$ ist. Dann gilt

$$g(n) > (\log x)^{(1/4-\epsilon)\log\log x}$$

für $n < x$ und $x > x_0(\epsilon)$. Manche Beweise sind nur skizziert. Die Verff. geben weiter verschiedene ungelöste Probleme.

E.Härtter

Classification:
11A05 Multiplicative structure of the integers
11B83 Special sequences of integers and polynomials