Zbl 247.20045
Erdős, Paul; Rényi, Alfréd
Probabilistic methods in group theory. (In English)
J. Anal. Math. 14, 127-138 (1965). [0021-7670]

Depuis une trentaine d'années, les méthodes probabilistes trouvent d'intéressantes applications dans divers domaines des mathématiques: analyse, théorie des graphes, théorie des nombres. C'est l'illustre mathématicien russe Ju. V. Linnik qui, sous le nom de méthode de dispersion, a fait des méthodes probabilistes un puissant instrument d'investigation dans la théorie des nombres. Des méthodes probabilistes permettent de résoudre de nombreux problèmes qu'on ne sait pas traiter par d'autres méthodes et qui cependant, à première vue, n'ont rien à voir avec le hasard. Les A. donnent d'intéressantes applications des méthodes probabilistes à la théorie des groupes abéliens finis. Soit G_n un groupe abélien additif d'ordre n et soient $a, b, c, \dots$ les éléments de ce groupe. On pose $1 \cdot a = a$ et $0 \cdot a = 0$ (élément neutre de G_n), quel que soit l'élément à de G_n. Soient $a_1, \dots, a_k$ k éléments de G_n choisis au hasard indépendamment les uns des autres, la probabilité de choisir a_i étant $1/n$, quel que soit i. Soit $V_k(b)$ le nombre de représentations d'un élément b de G_n, de la forme $b = \epsilon_1 a_1 + \epsilon_2 a_2 + \dots + \epsilon_k a_k$, où chacun des nombres ϵ_i peut prendre l'une des valeurs 0 ou 1. Pur tout $b \in G_n$, $V_k(b)$ est une variable aléatoire (v.a.). Si $a_1, \dots, a_k$ sont fixes, on a $\sum_{b \in G_n} V_k(b) = 2^k$ et $\left\{ \frac{V_k(b)}{2^k} \right\}$ est une loi de probabilités. Conformément à l'usage, les A. désignent par la symbole $P(\dots)$ la probilité de l'événement indiqué entre parenthèses et par $E(\dots)$ la valeur moyenne de la v.a. indiquée entre parenthèses. Cela posé, les A. demontrent les deux théorèmes suivants: 1. Si $k \geq \frac{2 \log n + 2 \log 1/\epsilon + \log 1/\delta}{\log 2}$ où $\epsilon > 0$ et $\delta > 0$ sont des nombres positifs aussi petits que l'on veut, alors $P\left(\mathrm{Max}_{b \in G_n} |V_k(b) - \frac{2^k}{n}| \leq \epsilon \frac{2^k}{n} \right) > 1 - \delta$. 2. Pour tout $\delta > 0$, si $k \geq \frac{\log n + 2 \log 1/\delta + \log(\log n / \log 2)}{\log 2} + 5$ alors $P\left(\mathrm{Min}_{b \in G_n} V_k(b) > 0\right) > 1 - \delta$.

S.Piccard

Classification:
20F99 Special aspects of infinite or finite groups
60B99 Probability theory on general structures