
Zbl 036.01501
Erdős, Pál; Turán, Pál
On the distribution of roots of polynomials. (In English)
Ann. Math., Princeton, II. Ser. 51, 105-119 (1950).

Soit $f(z) = a_0 + a_1 z + \cdots + a_n z^n$ un polynôme de degré n à coefficients complexes, et posons $P = \frac{|a_o| + \cdots + |a_n|}{\sqrt{|a_0 a_n|}}$. Soient $z_\nu = r_\nu e^{i\varphi_\nu}(1 \leq \nu \leq n)$ les racines de ce polynôme; les AA., par un ingénieux raisonnement, montrent que lorsque n croît indéfiniment, si P n'est pas "trop grand", les arguments φ_ν sont également répartis entre 0 et 2π. De façon précise, ils établissent l'inégalité

$$\left| \left(\sum\nolimits^{\nu}_{\alpha \leq \varphi_\nu \leq \beta} 1 \right) - \frac{\beta - \alpha}{2\pi} n \right| < 16\sqrt{n \log P}.$$

Ce théorème comprend comme cas particuliers: 1^0 le théorème de *E.Schmidt* [Sitzungsber. Preuß. Akad. Wiss., Phys.-Math. Kl., 321 (1932)] montrant que le nombre des racines réelles de f est $O(\sqrt{n \log P})$; 2^0 la généralisation, due à Szegö, du théorème de Jentzsch sur les zéros des polynômes sections d'une série entière ayant le cercle $|z| = 1$ comme cercle de convergence, d' après laquelle, pour une infinité de degrés n_k les racines du polynôme section de degré n_k sont également réparties en argument dans un anneau $1 - \varepsilon \leq |z| \leq 1 + \varepsilon$ d'épaisseur arbitrairement petite.

J.Dieudonné (Nancy)

Classification:
12D05 Factorization of real or complex polynomials
30C10 Polynomials (one complex variable)