

Zbl 031.29402

Erdős, Paul; Piranian, George

A note on transforms of unbounded sequences. (In English)

Bull. Am. Math. Soc. **53**, 787-790 (1947).

Sei $A \equiv \|a_{nk}\|$ eine reguläre Toeplitz-Matrix, welche die Folge s_k in die Folge t_n transformiert [$t_n = \sum_{k=0}^{\infty} a_{nk}s_k(1)$]. Das Ziel dieser Arbeit ist die Widerlegung folgender Vermutungen:

a) Es existiert eine reguläre Toeplitz-Matrix, welche jede Folge s_k in eine solche t_n transformiert, welche wenigstens einen Limespunkt im Endlichen besitzt.

b) Man kann zu jeder regulären Toeplitz-Matrix eine Folge s_k angeben, so daß die transformierte Folge t_n ins Unendliche monoton wächst.

Zur Widerlegung dieser Vermutungen werden folgende Sätze bewiesen:

1. Ist A eine reihen-finite reguläre Toeplitz-Matrix, so existiert eine Folge s_k , so daß die ihr nach (1) entsprechende Folge t_n so beschaffen ist, daß $|t_n|$ mit beliebiger Geschwindigkeit ins Unendliche wächst.

2. Ist A eine reguläre Toeplitz-Matrix, so kann man eine Folge s_k so angeben, daß die ihr entsprechende Folge t_n keinen Limespunkt in der endlichen Ebene besitzt.

2a) Zur beliebigen regulären Toeplitz-Matrix A existiert eine solche Folge s_k , daß wenn $t_n = \varrho_n e^{i\theta_n}$ gilt, $\lim_{n \rightarrow \infty} \varrho_n = \infty$ und $\lim_{n \rightarrow \infty} \theta_n = 0$ ist. Ist A reell, so kann man die Folge s_k so angeben, daß t_n auch reell und positiv sei.

3. Ist $f(n)$ eine beliebige reelle Funktion mit der Eigenschaft: $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n) = \infty$, so existiert eine reguläre Toeplitz-Matrix, welche jede Folge s_k in eine solche transformiert, welche der Ungleichung $|t_n| < f(n)$ genügt ($n > N$).

4. Es läßt sich eine reguläre Toeplitz-Matrix konstruieren, welche die beliebige Folge s_k in eine solche transformiert, für welche $|t_n|$ nicht monoton wächst.

St.Fenyő

Classification:

40C05 Matrix methods in summability